



Lehrstuhl für  
Solare Komponenten



Diese Arbeit wurde vorgelegt am DLR - Institut für Solarforschung, Lehrstuhl für Solare Komponenten

# **Untersuchung thermischer Verdrängungsmaschinen in Carnot-Batterien**

## **Investigation of thermal positive displacement machines in Carnot batteries**

Bachelorarbeit

vorgelegt von  
Bianca Florentine Helbach  
368140

Erstprüfer: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Bernhard Hoffschmidt  
Zweitprüfer: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Robert Pitz-Paal

Betreuender wiss. Mitarbeiter: Aiko Bernehed, M. Sc.

Aachen, 25.01.2021

Diese digitale Version der Bachelorarbeit ist gegenüber der für die Bewertung gültigen Druckversion optisch verbessert und für die Betrachtung am Computerbildschirm optimiert worden.

## Kurzdarstellung

Carnot-Batterien sind Energiespeicher und können eingesetzt werden, um die Verfügbarkeit von Strom aus erneuerbaren Energiequellen an die Nachfrage auf dem Energiemarkt anzupassen. Elektrizität wird hierzu mittels Wärmepumpen als thermische Energie gespeichert und über einen Wärme-Kraft-Prozess wieder bereitgestellt. Die in den Kreisprozessen der Carnot-Batterie eingesetzten thermischen Fluidenergie-maschinen werden in dieser Arbeit genauer betrachtet.

Verdrängungsmaschinen weisen gegenüber Strömungsmaschinen Vorteile durch ihre guten Teillastwirkungsgrade und der Möglichkeit des Betriebs derselben Maschine als Verdichter und Expander auf. Herausfordernd für den Einsatz in Carnot-Batterien ist, dass die Optimalbereiche von Verdrängungsmaschinen bei geringeren Leistungen als die der Strömungsmaschinen liegen. Dies kann durch einen modularen Aufbau der Carnot-Batterie gelöst werden. Aus zeitweiser Stillsetzung einzelner Module je nach Leistungsbedarf folgt eine Carnot-Batterie mit großem Leistungsspektrum bei guten Wirkungsgraden. Ein weiterer Nachteil gegenüber Strömungsmaschinen ist der erhöhte irreversible Wärmeübergang zwischen Arbeitsfluid und Wand in Verdrängungsmaschinen.

Es werden verschiedene Bauarten der Verdrängungsmaschinen für den Einsatz in einer 2 MW Rankine Carnot-Batterie mit 500 °C als Heißspeichertemperatur verglichen. Eine Hubkolbenmaschine wird für die Rankine Carnot-Batterie ausgewählt. Gestalterische Maßnahmen werden zur Abschwächung der nachteiligen Eigenschaften vorgeschlagen und die Haupteinflussfaktoren auf den Wirkungsgrad werden untersucht. Zur Betrachtung der Druckverluste über Ventile, Undichtigkeitsverluste und der Wärmeübertragung zwischen Arbeitsfluid und Maschinenwänden wird ein nulldimensionales Simulationsmodell der Hubkolbenmaschine im Verdichterbetrieb entwickelt und validiert. Die Wärmeübergangsverluste haben bei geringen Drehzahlen den größten Einfluss auf den isentropen Wirkungsgrad und können durch höhere Drehzahlen oder Variation der Zylindergeometrie und Druckverhältnisse verringert werden. Die Undichtigkeitsverluste verlieren mit steigender Drehzahl ebenfalls an Bedeutung, wohingegen Druckverluste durch die resultierende höhere Kolbengeschwindigkeit zunehmen. Anhand einer Drehzahlregelung wurde eine geringe Abnahme des isentropen Verdichterwirkungsgrades für den Teillastbetrieb gezeigt und Verdrängungsmaschinen insgesamt als vielversprechend für den Einsatz in Carnot-Batterien eingestuft.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Kurzdarstellung</b>	<b>iii</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>vi</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>vii</b>
<b>Nomenklatur</b>	<b>viii</b>
<b>1 Einleitung und Zielsetzung</b>	<b>1</b>
<b>2 Theoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1 Carnot-Batterien . . . . .	3
2.2 Thermodynamische Kreisprozesse . . . . .	3
2.2.1 Wirkungsgrade der Wärme-Kraft-Umwandlung . . . . .	4
2.2.2 Brayton Carnot-Batterien . . . . .	6
2.2.3 Rankine Carnot-Batterien . . . . .	6
2.3 Die Zustandsänderung von Gasen bei Verdichtung oder Expansion .	8
2.4 Grundlagen der Fluidenergiemaschinen . . . . .	10
2.4.1 Das Strömungs- und das volumetrische Prinzip . . . . .	10
2.4.2 Gegenüberstellung der Strömungs- und Verdrängungsmaschinen	12
2.5 Grundlagen der Verdrängungsmaschinen . . . . .	13
2.5.1 Hubkolben- und Rotationskolbenmaschinen . . . . .	13
2.5.2 Verlustbehaftete Zustandsänderungen . . . . .	15
2.5.3 Verdrängungsmaschinen in Carnot-Batterien . . . . .	18
<b>3 Auswahl und Konzeption einer Verdrängungsmaschine</b>	<b>19</b>
3.1 Vor- und Nachteile von Verdrängungsmaschinen . . . . .	19
3.2 Auswahl einer Bauart für eine Rankine Carnot-Batterie . . . . .	20
3.3 Konzeption der Hubkolbenmaschine . . . . .	21
3.3.1 Anpassungen an die Betriebsparameter . . . . .	22
3.3.2 Maßnahmen zur Beschränkung der Verluste . . . . .	23
<b>4 Simulationsmodell einer Hubkolbenmaschine</b>	<b>27</b>
4.1 Methodik der Modellierung . . . . .	27
4.1.1 Nulldimensionales Modell . . . . .	27
4.1.2 Differential-Algebraisches System . . . . .	29
4.2 Gleichungssystem für den Zylinderarbeitsraum . . . . .	29
4.2.1 Kinematik der Hubkolbenmaschine . . . . .	31
4.2.2 Wärmeübertragung zwischen Fluid und Wand . . . . .	33
4.2.3 Ein- und Auslassmassenströme . . . . .	37

---

4.2.4	Ein- und Auslassenthalpieströme . . . . .	38
4.2.5	Zeitpunkte der Ventilbetätigung . . . . .	39
4.3	Gleichungssystem für die Massenleckage über die Kolbenringe . . . . .	41
4.4	Simulation der Hubkolbenmaschine im Verdichterbetrieb . . . . .	45
4.4.1	Initiierung . . . . .	45
4.4.2	Numerisches Lösungsverfahren . . . . .	45
4.4.3	Programmablauf . . . . .	47
4.5	Modellvalidierung . . . . .	48
<b>5</b>	<b>Auswertung der Simulationsergebnisse</b>	<b>51</b>
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>54</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>55</b>
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>61</b>
A.1	Anhang zu Kapitel 2 . . . . .	61
A.2	Anhang zu Kapitel 4 . . . . .	68
A.3	Anhang zu Kapitel 5 . . . . .	68

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Die Zustandsänderungen thermodynamischer Kreisprozesse in $p, V$ - und $T, s$ -Diagrammen. . . . .	5
2.2	Systemschema einer umkehrbaren Rankine Carnot-Batterie. . . . .	7
2.3	Zustandsänderungen von Gasen bei Verdichtung und Expansion im $T, s$ -Diagramm. . . . .	9
2.4	Bauarten der Verdrängungsmaschinen. . . . .	13
3.1	Tauchkolben und Kreuzkopftrieb für einfach und doppeltwirkende Zylinder. . . . .	23
4.1	Kontrollvolumen des Zylinderarbeitsraumes einer Hubkolbenmaschine und die Ströme über dessen Grenzen. . . . .	30
4.2	Geometrische Größen und kinematische Zusammenhänge der Hubkolbenmaschine. . . . .	31
4.3	Radiale Temperaturprofile bei gleichzeitiger Verdichtung bzw. Expansion und Wärmeaustausch mit der Arbeitsraumbegrenzung. . . . .	33
4.4	Druckverlauf und Kurbelwinkel der Ventilbetätigungen im Verdichter- und Expanderbetrieb der Hubkolbenmaschine. . . . .	39
4.5	Detaildarstellung des Kolbens und der Kolbendichtringe. . . . .	41
4.6	Ergebnisse eines CFD-Verdichtersmodells und des 0D-Verdichtersmodells für Simulationen als Gasfeder und mit Ventilen. . . . .	48
4.7	Fluid-Wand Temperaturdifferenzen und momentane Wärmestromdichte aus CFD- und 0D-Verdichtersimulation. . . . .	49
4.8	Fluiddruck in Gasfedern im $p, V$ -Diagramm für CFD und 0D-Simulation sowie Experiment. . . . .	50
5.1	Einflüsse der Verlustmechanismen des 0D-Modells auf den isentropen Verdichterwirkungsgrad. . . . .	51
5.2	Einflüsse des Druckverhältnisses und der Geometrie des Zylinders auf den isentropen Verdichterwirkungsgrad. . . . .	52
A.1	Optimalbereiche von Fluidenergiemaschinen. . . . .	66
A.2	Brayton Carnot-Batterie mit Hubkolbenmaschine. . . . .	68
A.3	Verdichterwirkungsgrad bei Variation der Stufenzahl und der aufgebrauchten elektrischen Leistung. . . . .	69

# Tabellenverzeichnis

4.1	Bedingungen zum Öffnen und Schließen der Ventile in Hubkolbenmaschinen. . . . .	40
4.2	Versuchsbedingungen und geometrische Größen des zur Modellvalidierung simulierten Verdichters. . . . .	48
4.3	Versuchsbedingungen und geometrische Größen der zur Modellvalidierung simulierten Gasfeder. . . . .	49
A.1	Literaturübersicht zu Carnot-Batterien und deren Systemparametern.	61
A.2	Gegenüberstellung von Strömungs- und Verdrängungsmaschinen. . .	62
A.3	Regelung von Strömungs- und Verdrängungsarbeitsmaschinen. . . .	64
A.4	Verdichterbauarten und Einsatzbereiche. . . . .	66
A.5	Butcherschema des RK-Dormand-Prince-Verfahrens. . . . .	68
A.6	Geometrische Größen der simulierten Zylinder und Konstanten des 0D-Modells. . . . .	68
A.7	Versuchsbedingungen für die durchgeführten 0D-Simulationen. . . .	69

# Nomenklatur

## Formelzeichen und Einheiten

Symbol	Einheit	Bedeutung
$a$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	Temperaturleitfähigkeit
$A$	$\text{m}^2$	Fläche
$c$	$\text{m s}^{-1}$	Geschwindigkeit
$c_p$	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	Isobare Wärmekapazität
$C_d$	—	Durchflusszahl
$D$	$\text{m}$	Zylinderbohrungsdurchmesser
$D_h$	$\text{m}$	Hydraulischer Durchmesser
$h$	$\text{J kg}^{-1}$	Spezifische Enthalpie
$\hat{h}$	$\text{s}$	Schrittweite
$\dot{H}$	$\text{W}$	Enthalpiestrom
$\mathbf{k}$	—	Stufe
$m$	$\text{kg}$	Masse
$\dot{m}$	$\text{kg s}^{-1}$	Massenstrom
$n$	$\text{min}^{-1}$	Drehzahl
$n_q$	$\text{min}^{-1}$	Spezifische Drehzahl
$Nu$	—	Nusselt-Zahl
$l$	$\text{m}$	Länge
$p$	$\text{bar}$	Druck
$\hat{p}$	—	Konsistenzordnung
$\mathbf{p}$	—	Vektor der konstanten Parameter
$P$	$\text{W}$	Leistung
$Pe_\omega$	—	Peclet-Zahl
$\dot{Q}$	$\text{W}$	Wärmestrom
$r$	$\text{m}$	Kurbelwellenradius
$s$	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	Spezifische Entropie
$\hat{s}$	—	Stufenzahl
$\tilde{s}$	$\text{m}$	Hubweg
$T$	$^\circ\text{C}$	Temperatur
$u$	$\text{J kg}^{-1}$	Spezifische innere Energie
$\mathbf{u}$	—	Vektor der Eingangsgrößen
$U$	$\text{J}$	Innere Energie
$v$	$\text{m}^3 \text{kg}^{-1}$	spezifisches Volumen

Fortsetzung auf der nächsten Seite



---

### Formelzeichen und Einheiten

Symbol	Einheit	Bedeutung
$V$	$\text{m}^3$	Volumen
$\dot{V}$	$\text{m}^3 \text{s}^{-1}$	Volumenstrom
$w$	$\text{J kg}^{-1}$	Spezifische Arbeit
$\tilde{w}$	—	Massenanteil
$W$	J	Arbeit
$x$	—	Stoffmengenanteil
$\mathbf{x}$	—	Vektor der differentiellen Variablen
$\dot{\mathbf{x}}$	—	Ableitungsvektor der differentiellen Variablen
$\mathbf{z}$	—	Vektor der algebraischen Variablen

### Griechische Formelzeichen

Symbol	Einheit	Bedeutung
$\alpha$	°	Kurbelwinkel
$\Delta$	—	Differenz
$\epsilon_{\text{Ventil}}$	—	Toleranz bei Ventilbetätigung
$\zeta$	—	Druckverlustbeiwert
$\eta$	—	Wirkungsgrad
$\lambda$	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$	Wärmeleitfähigkeit
$\lambda_s$	—	Schubstangenverhältnis
$\Pi$	—	Druckverhältnis
$\rho$	$\text{kg m}^{-3}$	Dichte
$\omega$	$\text{rad s}^{-1}$	Winkelgeschwindigkeit
$\Phi$	—	Volumenverhältnis

---

### **Tiefgestellte Indizes**

<b>Symbol</b>	<b>Bedeutung</b>
0	Anfangszustand
1	Vor dem Einlassventil
2	Nach dem Auslassventil
I→II	Von Zwischenraum I nach Zwischenraum II
III→II	Von Zwischenraum III nach Zwischenraum II
abw	Stromabwärts
aufw	Stromaufwärts
aus,V	Ausströmend, über das Ventil
ein,V	Einströmend, über das Ventil
frei,V	Der freien Fläche des geöffneten Ventils
Geh	Im Kurbelgehäuse
Hub	Zwischen oberem und unterem Totpunkt
i	Innen
I	Imaginärteil
is	Isentrop
ideal	Des idealen Vergleichsprozesses
K	Kolben
KR1	Erster Kolbenring
KR2	Zweiter Kolbenring
Leck	Massenleckage über die Kolbenringe
nutz	Nutzbar
R	Realteil
s	Schubstange
Tot	Zwischen oberem Totpunkt und Zylinderkopf
Wand	Der arbeitsraumbegrenzenden Oberflächen
Zyl	Im Zylinderarbeitsraum

---

## Abkürzungen

Abkürzung	Bedeutung
0D	Nulldimensional
AV	Auslassventil
AWP	Anfangswertproblem
CFD	Computational Fluid Dynamics
CHEST	Compressed Heat Energy Storage
DA	Differential-Algebraisch
DGL	Differentialgleichung
EV	Einlassventil
HKM	Hubkolbenmaschine
ORC	Organic Rankine Cycle
OT	Oberer Totpunkt
RK	Runge-Kutta
RKM	Rotationskolbenmaschine
PHES	Pumped Heat Energy Storage
PTES	Pumped Thermal Energy Storage
PTFE	Polytetrafluorethylen
TES	Thermal Energy Storage
UT	Unterer Totpunkt
WKP	Wärme-Kraft-Prozess
WP	Wärmepumpe
ZR	Zwischenraum

# 1 Einleitung und Zielsetzung

Für eine klimaneutrale Zukunft ist eine Energieversorgung aus erneuerbaren Energiequellen eine Grundvoraussetzung. Das Angebot an Strom aus regenerativen Energiequellen wie Solar- und Windkraft unterliegt aufgrund von Umwelteinflüssen starken Schwankungen und kann nicht immer genau der Nachfrage auf dem Energiemarkt entsprechen. Die Versorgungssicherheit des Energiesystems ist daher nicht allein durch regenerative Energiequellen sichergestellt. Damit das Energiesystem den Forderungen des energiepolitischen Dreiecks nach einer sowohl nachhaltigen, versorgungssicheren als auch wirtschaftlichen Energieversorgung entsprechen kann, spielen Energiespeicher eine zentrale Rolle in der Energiewende. [1]

Thermische Energiespeicher sind aufgrund ihrer hohen Zyklenfestigkeit und der Umweltverträglichkeit der eingesetzten Stoffe eine wirtschaftliche und nachhaltige Variante der Energiespeicherung [2]. Insbesondere Carnot-Batterien sind vielversprechend, da sie Energie im Netzmaßstab und ungebunden an geografische Anforderungen speichern können [3]. Strom aus Phasen des Überangebots aus erneuerbaren Energiequellen wird in Carnot-Batterien als Wärme gespeichert. Bei Elektrizitätsbedarf wird die Carnot-Batterie über einen Wärme-Kraft-Prozess wieder entladen. Dabei hängt der Gesamtwirkungsgrad von Carnot-Batterien stark von der Effizienz der bei Be- und Entladung eingesetzten Fluidenergiemaschinen zur Verdichtung und Expansion ab [4, 5].

Durch das Angleichen von Angebot und Nachfrage auf dem Strommarkt werden variable Maschinenleistungen abgerufen. Die in Carnot-Batterien verwendeten Maschinen müssen also einen guten Teillastwirkungsgrad aufweisen. Dazu eignen sich typischerweise Verdrängungsmaschinen besser als Strömungsmaschinen. Weiterhin bietet die Möglichkeit des Betriebs derselben Verdrängungsmaschine als Verdichter und Expander ökonomisches Einsparpotenzial für Carnot-Batterien. [6]

In der vorliegenden Arbeit wird daher der Einsatz von Verdrängungsmaschinen in Carnot-Batterien untersucht. Zunächst werden Grundlagen zur Funktionsweise von Carnot-Batterien und Fluidenergiemaschinen vermittelt. Verschiedene Bauarten der Verdrängungsmaschinen werden vorgestellt. Aus diesen wird die Hubkolbenmaschine für eine vorgegebene Carnot-Batterie als am geeignetesten ausgewählt. Zur Konzeptionierung der Hubkolbenmaschine werden ihre Verlustmechanismen unter für Carnot-Batterien relevanten Betriebsparametern analysiert. Es werden Maßnahmen zur Beschränkung der Verluste abgeleitet.

Die Betriebsparameter in Carnot-Batterien weichen von denen heutiger Anwendungen von Verdrängungsmaschinen stark ab [3]. Zur weiteren Gestaltung der Hubkolbenmaschine werden daher die thermodynamischen Vorgänge innerhalb des Ar-

beitsraumes genauer betrachtet. Ein nulldimensionales Simulationsmodell einer Hubkolbenmaschine im Verdichterbetrieb wurde hierzu entwickelt und validiert. Zum Schluss werden Einschätzungen zum Einfluss der verschiedenen Verlustmechanismen auf die Effizienz der Hubkolbenmaschine gegeben.

## 2 Theoretische Grundlagen

Im folgenden Kapitel werden Grundlagen zum Verständnis der vorliegenden Arbeit erläutert und der Stand der Technik vorgestellt. Zunächst wird auf Carnot-Batterien sowie die ihnen zugrunde liegenden thermodynamischen Kreisprozesse eingegangen. Die Zustandsänderungen der Verdichtung und Expansion werden erläutert. Die Funktionsprinzipien der technischen Umsetzung dieser in Fluidenergiemaschinen werden vorgestellt. Zu Verdrängungsmaschinen werden verschiedene Bauarten und Verlustmechanismen der realen Zustandsänderung erläutert.

### 2.1 Carnot-Batterien

Gemäß der Definition einer Carnot-Batterie nach Dumont et al. [3] ist eine Carnot-Batterie ein System, das primär zur Speicherung elektrischer Energie in Form von Wärme verwendet wird. Zur Speicherung der Wärme wird ein Temperaturgefälle zwischen einem Reservoir niedriger und einem Reservoir hoher Temperatur erzeugt. Da der Wärmestrom dem Temperaturgefälle entgegen gerichtet ist, wird Energie aufgewandt um das Gefälle zu erzeugen und damit die Carnot-Batterie zu beladen. Während des Entladevorgangs wird mittels der Wärme aus dem Hochtemperaturreservoir ein Wärme-Kraft-Prozess (WKP) angetrieben und das Temperaturgefälle zwischen den Reservoirs nimmt ab. So wird ein Teil der zum Laden aufgewandten elektrischen Energie zurückgewonnen. Systeme der soeben definierten Carnot-Batterien werden auch unter den Namen Pumped Thermal Energy Storage (PTES), Thermal Energy Storage (TES) und Pumped Heat Energy Storage (PHES) vorgestellt [7, 8, 9].

Die erste Erwähnung einer Carnot-Batterie geht auf ein Patent von Maguerre im Jahr 1922 zurück [10]. Seitdem wurden eine Vielzahl an Systemen für Carnot-Batterien sowie einige Technologieübersichten veröffentlicht [2, 3, 7, 8].

### 2.2 Thermodynamische Kreisprozesse

Der Be- und Entladevorgang von Carnot-Batterien wird durch die Umwandlung zwischen mechanischer und thermischer Energie in thermodynamischen Kreisprozessen realisiert. Die Umwandlung zwischen elektrischer und mechanischer Energie erfolgt durch einen Elektromotor bzw. einen Generator.

In einem Kreisprozess wird der Anfangszustand eines Fluides infolge von Zustandsänderungen durch Wärme- und Arbeitsaustausch verändert, das Fluid liegt jedoch

am Ende wieder in seinem Anfangszustand vor. Die in diesem Unterkapitel gegebenen Erklärungen zu Kreisprozessen orientieren sich an den Fachbüchern von Stephan et al. [11] und Weber [12]. Für weiterführende Informationen wird auf diese Werke verwiesen.

Thermodynamische Kreisprozesse werden nach der Richtung ihrer Zustandsänderungen in einem Zustandsdiagramm in links- und rechtsläufig eingeteilt. Für die vorliegende Arbeit relevante Zustandsdiagramme sind das  $p, V$ -Diagramm sowie das  $T, s$ -Diagramm. Aufgetragen im  $p, V$ -Diagramm ist der Druck  $p$  über dem Volumen  $V$ . Im  $T, s$ -Diagramm ist die Temperatur  $T$  über der spezifischen Entropie  $s$  aufgetragen. Im linksläufigen Kreisprozess wird mechanische Energie in thermische Energie umgewandelt, im rechtsläufigen Kreisprozess erfolgt eine umgekehrte Umwandlung.

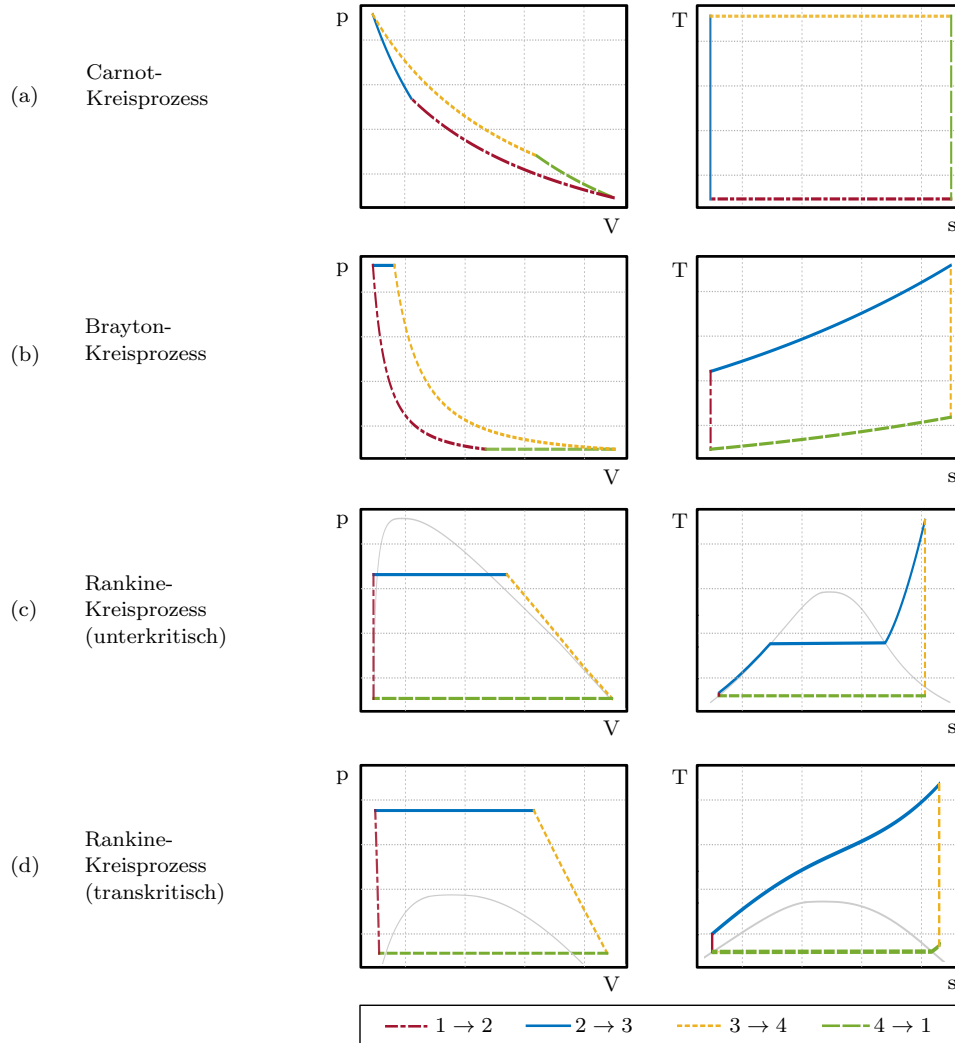
Zum Laden einer Carnot-Batterie kommt eine **Wärmepumpe (WP)** zum Einsatz. Eine WP ist als linksläufiger Kreisprozess definiert, dessen Nutzen die abgegebene Wärme ist. Im Kontrast zur WP steht die Kältemaschine, dessen Nutzen die aufgenommene Wärme ist. Zum Entladen einer Carnot-Batterie wird ein **Wärme-Kraft-Prozess (WKP)**, also ein rechtsläufiger Kreisprozess, verwendet. Durch einen WKP kann nicht die gesamte thermische Energie in mechanische Energie umgewandelt werden, da Wärme im Gegensatz zu Arbeit nicht vollständig aus Exergie besteht. Aus dem Exergiegehalt der Wärme resultiert eine obere physikalische Begrenzung der Leistung von WKP.

### 2.2.1 Wirkungsgrade der Wärme-Kraft-Umwandlung

Die Effizienz des WKP ist durch den Carnot-Wirkungsgrad  $\eta_{\text{Carnot}}$  nach oben begrenzt. Die Aneinanderreihung reversibler Zustandsänderungen für einen Kreisprozess mit diesem Wirkungsgrad wird durch den WKP eines sogenannten Carnot-Kreisprozesses erreicht. Die isotherme Verdichtung, die isentrope Verdichtung, die isotherme Expansion und die isentrope Expansion des Carnot-Kreisprozesses sind in Abbildung 2.1 (a) im  $p, V$ - und im  $T, s$ -Diagramm dargestellt. Die Temperaturen der isothermen Vorgänge, bei denen Wärme aufgenommen bzw. abgegeben wird, bestimmen den Carnot-Wirkungsgrad gemäß der folgenden Gleichung:

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_{\text{Kalt}}}{T_{\text{Hei\ss}}} \quad (2.1)$$

Die Güte einer WP wird über eine Leistungszahl bestimmt, deren obere Grenze gerade der Kehrwert des Carnot-Wirkungsgrades ist.



**Abb. 2.1:** Die Zustandsänderungen rechtsläufiger thermodynamischer Kreisprozesse in  $p, V$ - und  $T, s$ -Diagrammen. Dargestellt sind (a) der reversible Carnot-Kreisprozess, (b) der ideale Brayton-Kreisprozess und der ideale Rankine-Kreisprozess in (c) unterkritischer und (d) transkritischer Ausführung. - Eigene Darstellung nach Stephan [11] und Mercanğöz [13].

Eine Carnot-Batterie kann aufgrund der Hintereinanderschaltung von WP und WKP theoretisch einen Gesamtwirkungsgrad  $\eta_{\text{Ges}}$  von 100 % erreichen, wenn alle Zustandsänderungen der Kreisprozesse verlustfrei ablaufen. Dies wird anhand eines Systems aus inversem Carnot-Prozess als WP und Carnot-Kreisprozess als WKP exemplarisch gezeigt:

$$\eta_{\text{Ges}} = \frac{1}{\eta_{\text{Carnot}}} \cdot \eta_{\text{Carnot}} = 1 \quad (2.2)$$

Carnot-Batterien basieren in der Realität auf anderen als dem reversiblen Carnot-



Kreisprozess, da Letzterer technisch nicht umsetzbar ist. Es werden Brayton- oder Rankine-Zyklen eingesetzt, dies hat jedoch keinen Einfluss auf den theoretisch erreichbaren Gesamtwirkungsgrad der Carnot-Batterie. [5, 13]

Die derzeit technisch erreichbaren Gesamtwirkungsgrade von Carnot-Batterien liegen unabhängig von den ihnen zugrunde liegenden Kreisprozessen etwa zwischen 60% und 72% [3].

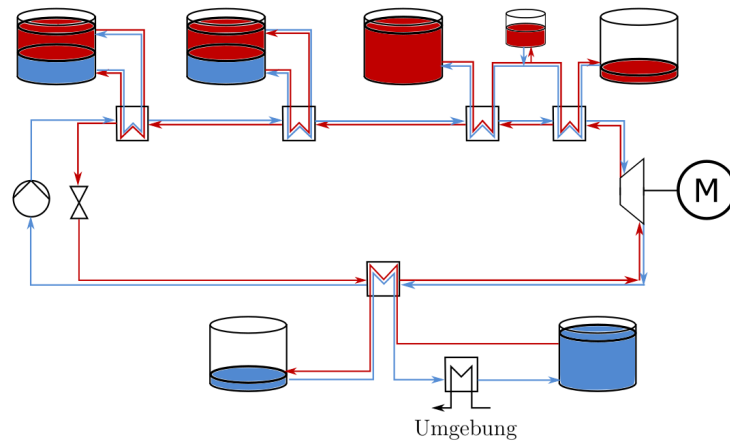
### 2.2.2 Brayton Carnot-Batterien

Der ideale Brayton-WKP besteht aus den Zustandsänderungen isentrope Verdichtung, isobare Wärmezufuhr, isentrope Expansion und isobare Wärmeabfuhr. Diese Zustandsänderungen sind in Abbildung 2.1 (b) im  $p,V$ - und im  $T,s$ -Diagramm dargestellt. Alle Zustandsänderungen laufen in der Gasphase ab, daher wird als Arbeitsmedium häufig Argon oder Luft verwendet.

Typische Komponenten für eine Brayton Carnot-Batterie sind zwei Paare aus Arbeits- und Kraftmaschine, ein Heiß- und ein Kaltspeicher, sowie Wärmeübertrager [7]. Überwiegend finden Kiesbettspeicher, die vom Arbeitsmedium durchströmt werden, in der Literatur Verwendung [6, 14, 15]. Bei Durchströmen des Speichers wird das Arbeitsfluid in einigen Systemen auf Umgebungstemperatur abgekühlt oder erwärmt. Alternativ wird die Differenz zwischen den Temperaturen der Speicher im entladenen Zustand durch interne Rekuperationswärmeübertrager ausgeglichen [9, 16]. Hierdurch können Speicher eingesetzt werden, deren Temperatur im entladenen Zustand nicht der Umgebungstemperatur entspricht. Im 2017 von Laughlin veröffentlichten System [9] sind werden die mit flüssigen Medien gefüllten Speicher über Wärmeübertrager geladen. Für eine detaillierte Übersicht über die Eigenschaften und Maschinenarten der einzelnen Systeme wird auf Tab. A.1 im Anhang verwiesen.

### 2.2.3 Rankine Carnot-Batterien

Im Gegensatz zum Carnot- oder Brayton-Zyklus durchläuft das Arbeitsfluid in einem Rankine-Kreisprozess Phasenübergänge. Die Zustandsänderungen des Rankine-WKP sind eine isentrope Verdichtung, gefolgt von einer isobaren Wärmezufuhr zur Verdampfung und Überhitzung des Fluides. Das überhitzte Fluid wird dann isentrop entspannt und Wärme isobar abgeführt. Durch die Wärmeabfuhr kondensiert das Fluid.



**Abb. 2.2:** Systemdiagramm der umkehrbaren Rankine Carnot-Batterie, die in dieser Arbeit betrachtet wird. Dargestellt sind das Kalt- und Heißspeichersystem sowie Schichtspeicher mittlerer Temperatur. Der Beladevorgang, bei dem Verdichter und Drossel durchströmt werden, ist mit roten Pfeilen dargestellt. Der Entladevorgang ist mit blauen Pfeilen und durchströmter Pumpe und thermischer Kraftmaschine eingezeichnet. - Eigene Darstellung des vorgegebenen Systems.

In Rankine Carnot-Batterien sind tiefere Heißspeichertemperaturen als in Brayton Carnot-Batterien möglich. Dies liegt in den tieferen Temperaturen bei Phasenübergang des Arbeitsfluides begründet. Die isothermen Phasenübergänge des Arbeitsfluides ermöglichen außerdem den Einsatz von Latentspeichern.

In einem **unterkritischen** Rankine-Zyklus verdampft und kondensiert das Arbeitsfluid im Zweiphasengebiet unterhalb der Sattdampfkurve. In Abbildung 2.1 sind die Zustandsänderungen des Rankine-Zyklus in Zustandsdiagrammen dargestellt. Konventionell wird der unterkritische Rankine-Zyklus mit Wasser als Arbeitsmedium in Dampfkraftwerken eingesetzt. Das Arbeitsmedium Wasser und die unterkritische Prozessführung wird 2014 von Steinmann für Carnot-Batterien im sogenannten Compressed Heat Energy Storage System (CHEST) übernommen. [17]

In einem **transkritischen Rankine-Zyklus**, wie im System von Mercangöz [13], liegt die Wärmeübertragung beim höheren der beiden Zyklusdruckniveaus im überkritischen Bereich. Die Zustandsänderungen des transkritischen Rankine-Zyklus sind in Abb. 2.1 dargestellt. In transkritischen Carnot-Batterien kann  $\text{CO}_2$  als Arbeitsmedium verwendet werden. Ein latenter Kaltspeicher wird hierbei während des isothermen Phasenübergangs des Arbeitsmediums be- oder entladen. Ein System aus sensiblen Heißspeichern nähert den nicht isothermen Temperaturverlauf der überkritischen Zustandsänderung in einer transkritischen Carnot-Batterie an. [13, 18, 19]

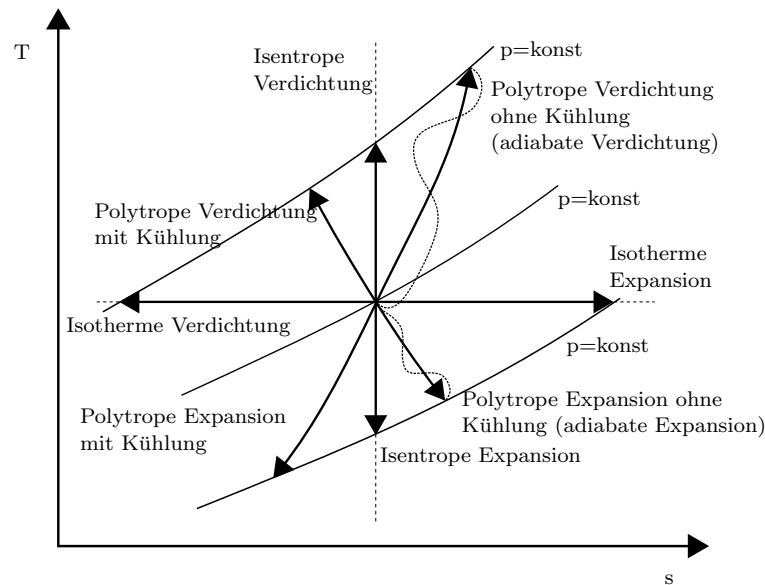
In der aktuellen Forschung zu Carnot-Batterien wird auch die Nutzung von Niedertemperaturwärme zur Unterstützung der Wärmepumpe beim Beladevorgang betrachtet. Als WKP von Carnot-Batterien mit Abwärmeintegration wird aufgrund der niedrigen Abwärmemperaturen ein Organic Rankine Cycle (ORC) eingesetzt [8]. Der Begriff ORC beschreibt eine Ausführung des Rankine-WKP bei geringeren Drücken und Temperaturen des Arbeitsfluides als in konventionellen Rankine-Anwendungen. Außerdem werden organische Medien als Arbeitsfluide eingesetzt. Das Kältemittel R1233zd steht stark im Fokus der zwischen 2017 und 2020 veröffentlichten Carnot-Batterien [8, 20, 21, 22]. Eine Ausnahme ist das Ammoniak-System von Abbar [23], in welchem Abwärme einer Spitzenlastgasturbine auch bei Entladung der Carnot-Batterie genutzt wird. Der Heißspeicher wird parallel zum Entladen durch die Abwärme erhitzt.

In dieser Arbeit wird eine Rankine Carnot-Batterie mit einem Ammoniak-Wassergemisch als Arbeitsmedium betrachtet. Der Rankine-Zyklus ist unterkritisch ausgeführt. Es wird mit mehreren Speichern gearbeitet, wie im Systemschema in Abb. 2.2 dargestellt ist, um den Temperaturverlauf des Fluides während der Wärmeübertragung anzunähern.

### 2.3 Die Zustandsänderung von Gasen bei Verdichtung oder Expansion

Die Verdichtung oder Expansion eines Fluides verläuft in den in Abschnitt 2.2 vorgestellten idealen Kreisprozessen isotherm oder isentrop. In realen Ausführungen und somit in Carnot-Batterien verlaufen Zustandsänderungen allerdings polytrop.

Eine isotherme, also bei konstanter Temperatur ablaufende, Druckänderung ist eine reversible Zustandsänderung. Diese isotherme Zustandsänderung ist nur durch eine unendlich langsame Verdichtung oder Expansion zu erreichen. Dann entspricht die verrichtete oder aufgenommene Arbeit der übertragenen Wärme und es findet keine Temperaturänderung statt. In Carnot-Batterien ist eine Temperaturänderung des Fluides zur Beladung der Speicher erwünscht, daher ist hierfür eine isentrope Verdichtung oder Expansion von größerer Relevanz. Die isentrope, also reversible und adiabate Zustandsänderung ist nur durch eine unendlich schnelle Verdichtung oder Expansion zu erreichen, damit die Zeit zur Wärmeübertragung unendlich klein wird.



**Abb. 2.3:** Zustandsänderungen von Gasen bei Verdichtung und Expansion im  $T,s$ -Diagramm. Dargestellt sind die isentropen und isothermen Verläufe sowie mögliche polytrope Zustandsänderungen mit und ohne Kühlung. Mögliche reale Verläufe der polytropen Zustandsänderungen sind exemplarisch für eine polytrope Verdichtung und eine polytrope Expansion eingezeichnet (gestrichelte Linien). - Eigene Darstellung nach [12]

Eine reale Zustandsänderung läuft irreversibel ab und kann mit oder Kühlung erfolgen. In Abbildung 2.3 sind mögliche Verläufe einer polytropen Zustandsänderung gezeigt. Dabei liegt die Endtemperatur einer polytropen Verdichtungs- bzw. Expansion ohne Kühlung über der Endtemperatur der entsprechenden isentropen Zustandsänderung. Die Polytropen-Linie im Zustandsdiagramm verbindet die realen Zustandspunkte vor und nach der Verdichtung bzw. der Expansion. Der reale Ablauf einer Zustandsänderung kann davon abweichen, wie in Abbildung 2.3 gestrichelt eingezeichnet ist. Eine Erklärung für den tatsächlichen Verlauf ist beispielsweise eine zunächst das Fluid erwärmende Wand, die kühlend wirkt, nachdem das Fluid die Wandtemperatur überschritten hat. [24]

Vergleiche zwischen der realen und einer idealen Zustandsänderung werden generell über Wirkungsgrade gezogen. Möglich sind Vergleiche über den isentropen und den isothermen Wirkungsgrad, die die reale und die entsprechende ideale Zustandsänderung zueinander ins Verhältnis setzen. Bei der technischen Umsetzung der Verdichtung oder Expansion werden über Kupplungswirkungsgrade außerdem mechanische und elektrische Verluste in der Maschine berücksichtigt.

## 2.4 Grundlagen der Fluidenergiemaschinen

Die Zustandsänderungen der Verdichtung oder Expansion werden technisch in Fluidenergiemaschinen umgesetzt. Zur Erklärung der Funktionsweise von Fluidenergiemaschinen wird sich, sofern nicht anders angegeben, an der Fachliteratur von Weber [12] und Eifler [24] orientiert. Auf diese Werke wird für vertiefende Zusammenhänge verwiesen.

Fluidenergiemaschinen werden je nach Fördermedium in hydraulische und thermische Maschinen eingeteilt. Hydraulische Maschinen fördern Flüssigkeiten, thermische Maschinen arbeiten mit Gasen. Der Begriff thermische Maschine resultiert aus der Eigenschaft von Gasen, dass eine Druckänderung mit einer Temperaturänderung einhergeht. In dieser Arbeit wird ausschließlich auf thermische Fluidenergiemaschinen eingegangen.

In Fluidenergiemaschinen wird eine Druckänderung durch die Übertragung mechanischer Energie zwischen Fluid und bewegten Teilen der Maschine erreicht. Zur Expansion werden Kraftmaschinen eingesetzt, diese entziehen dem Fluid Energie und geben mechanische Arbeit ab. Zur Verdichtung dienen Arbeitsmaschinen, die dem Fluid Energie zuführen.

Nach dem Prinzip der Arbeitsübertragung werden Fluidenergiemaschinen eingeteilt in Strömungsmaschinen, auch Turbomaschinen genannt, und Verdrängungsmaschinen, die auch Kolbenmaschinen genannt werden. Das zugrundeliegende Prinzip der Arbeitsübertragung ist in Strömungsmaschinen das Strömungsprinzip und in Verdrängungsmaschinen das volumetrische Prinzip.

### 2.4.1 Das Strömungs- und das volumetrische Prinzip der Arbeitsübertragung

#### Arbeitsübertragung nach dem Strömungsprinzip

Eine dynamische und konstante Kraftübertragung ist charakteristisch für die Arbeitsübertragung nach dem Strömungsprinzip.

Eine Strömungskraftmaschine wird Turbine genannt. Der hohe Druck des anströmenden Fluides wird durch eine Düse in eine hohe Strömungsgeschwindigkeit umgewandelt. Über ein feststehendes Leitrad wird eine Relativgeschwindigkeit der Strömung zum darauffolgenden Laufrad erzeugt. Die Fluidgeschwindigkeit treibt das

Laufrad an. Hinter dem Laufrad strömt das Fluid wieder mit der Anfangsgeschwindigkeit, jedoch geringerem Druck.

Eine Strömungsarbeitsmaschine wird als Turboverdichter bezeichnet. Das Laufrad eines Turboverdichters wird durch mechanische Energie mit konstanter Umfangsgeschwindigkeit angetrieben. Dem anströmenden Fluid wird über das Laufrad eine höhere Absolutgeschwindigkeit aufgeprägt, es wird in Umfangsgeschwindigkeit mitgerissen. Nach dem auf das Laufrad folgenden feststehenden Leitrad strömt das Fluid wieder mit Anfangsgeschwindigkeit, jedoch ist der Druck über beide Räder gestiegen.

Die Druckänderung in Strömungsmaschinen erfolgt also über den Zwischenschritt der Geschwindigkeitsänderung. Höhere Druckunterschiede und damit einhergehend eine größere übertragene Arbeit werden durch hohe Umfangsgeschwindigkeiten des Laufrads und durch mehrere aufeinander folgende Leitrad-Laufradpaare, sogenannte Stufen, erreicht. In Verdichtern ist der Druckunterschied über eine Stufe deutlich kleiner als in Turbinen, da die beschleunigte Strömung in Turbinen einfacher umzulenken ist. Im Verdichter kann bei zu starker Richtungsänderung eine Strömungsablösung auftreten.

### **Arbeitsübertragung nach dem volumetrischen Prinzip**

Die Arbeitsübertragung nach dem volumetrischen Prinzip ist statischer Art und erfolgt periodisch. Die Arbeitsübertragung wird als statisch bezeichnet, da die wirkende Kraft allein von der Lage des bewegten Verdrängers bestimmt wird. Der auf die Verdrängerfläche wirkende Fluiddruck resultiert direkt in der Kraft, die zwischen Maschine und Fluid wirkt.

In Verdrängungskraftmaschinen, die im Folgenden Expander genannt werden, gibt das Verdrängerbauteil aufgrund des hohen Drucks im Arbeitsraum nach und das Volumen des Arbeitsraumes nimmt zu. Der Fluiddruck und damit die Fluidenergie sinken als Folge der Arbeitsübertragung auf den Verdränger.

Eine volumetrische Arbeitsmaschine wird Kolbenverdichter genannt. Im Gegensatz zum Expander wird der Verdränger durch Zuführung mechanischer Energie bewegt. Durch die Verdrängerbewegung nimmt das Arbeitsraumvolumen ab. Dies bewirkt eine Druckerhöhung im Fluid, dem Fluid wird also Energie zugeführt. Die Arbeitsübertragung erfolgt periodisch, da eine endliche Fluidmenge in einem geschlossenen Arbeitsraum verdichtet oder entspannt wird. Vor erneuter Druckänderung wird das Fluid ausgelassen und Frischgas strömt ein.

### 2.4.2 Gegenüberstellung der Strömungs- und Verdrängungsmaschinen

Im Folgenden werden einige Unterschiede zwischen Strömungs- und Verdrängungsmaschinen sowie die Eignung der Maschinenarten hinsichtlich verschiedener Betriebsparameter vorgestellt. Für eine tabellarische Gegenüberstellung wird auf Tab. A.2 im Anhang verwiesen.

Große Druckdifferenzen sind in Verdrängungsmaschinen durch Anpassung des verdrängten Volumens unabhängig von der Drehzahl und sowohl mit kleinen als auch sehr großen Maschinen erreichbar. Strömungsmaschinen dagegen realisieren hohe Druckdifferenzen durch große Drehzahlen oder viele aufeinanderfolgende Stufen. Der geförderte Fluidstrom ist für beide Maschinenarten von der Drehzahl und der Maschinendimensionierung abhängig. Allerdings steigt der Bauaufwand für große Förderströme für Strömungsmaschinen weniger stark als für Verdrängungsmaschinen, da keine Parallelschaltung mehrerer Arbeitsräume notwendig wird. [6, 24]

In Verdrängungsmaschinen ist eine größere Variation des Volumenstroms ohne starke Veränderung des Maschinenwirkungsgrades möglich. Im Gegensatz dazu ist der Stabilitätsbereich von Strömungsmaschinen kleiner und der Wirkungsgrad fällt bei Abweichungen vom Auslegungsvolumenstrom schnell ab. Verdrängungsmaschinen sind besser für einen Betrieb unter Teillast geeignet. Die Regelmöglichkeiten von Verdrängungsmaschinen sind durch die periodischen Ein- und Auslässe vielfältiger, die Steuerung der Anfangs- und Endzeitpunkte dieser kann den Volumenstrom ändern. Eine Übersicht über mögliche Regeleingriffe ist in Tabelle A.3 im Anhang gegeben. [25, 26]

Generell liegen die Auslegungspunkte mit den höchsten zu erreichenden Wirkungsgraden von Verdrängungsmaschinen bei geringeren Drehzahlen, geringeren Volumenströmen und damit geringeren Leistungen als von Strömungsmaschinen [27]. Strömungsmaschinen eignen sich für Leistungen ab dem Megawattbereich [17]. Außerdem findet in Verdrängungsmaschinen ein höherer Wärmeaustausch mit den Maschinenbauteilen statt. Die gegenüber Strömungsmaschinen geringeren Drehzahlen haben einen längeren Aufenthalt des Arbeitsmediums im Arbeitsraum und damit einen höheren Wärmeaustausch zur Folge [25].

Verdrängungsmaschinen sind besser geeignet als Strömungsmaschinen, um durch Umkehrung der Strömungsrichtung des Arbeitsfluides eine Maschine sowohl als Arbeits- als auch als Kraftmaschine zu verwenden. Eine solche Maschine wird im Folgenden als umkehrbar bezeichnet. Durch die ähnliche Geometrie der Arbeits-

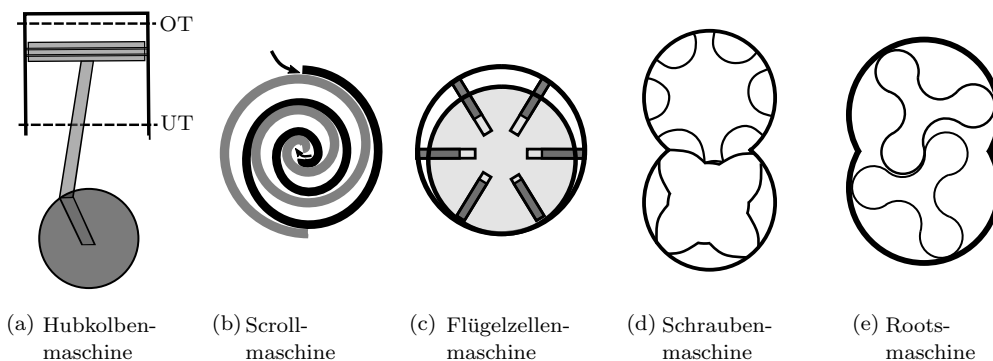
und Kraftmaschinen von Verdrängungsmaschinen ist die Umkehrbarkeit mit geringen Wirkungsgradverlusten umzusetzen. Die Schaufelgeometrie der Turboverdichter und Turbinen hingegen ist für die jeweilige Aufgabe optimiert. Die hohen Druckunterschiede über einzelne Turbinenstufen führt zu einer Strömungsablösung im Betrieb als Verdichter und ist Ursache für schlechte Wirkungsgrade. Einen Verdichter als Turbine zu nutzen ist möglich, jedoch geht eine Entspannung in einem Turboverdichter mit einer deutlich höheren Stufenzahl als in einer Turbine und damit einem insgesamt geringeren Wirkungsgrad der Kraftumwandlung einher [12]. Verdrängungsmaschinen hingegen sind für die umkehrbare Maschinenausführung mit Betrieb als Verdichter und Expander gut geeignet [20, 23, 28].

## 2.5 Grundlagen der Verdrängungsmaschinen

Die Möglichkeit zur umkehrbaren Maschinenausführung ist aufgrund des ökonomischen Einsparpotentials besonders für Carnot-Batterien relevant [8]. Damit rücken Verdrängungsmaschinen für den Einsatz in Carnot-Batterien in den Fokus, deren Bauarten und Grundlagen zur Effizienzbeurteilung im Folgenden vorgestellt werden.

### 2.5.1 Hubkolben- und Rotationskolbenmaschinen

Gemäß der Bewegung des Verdrängers wird zwischen Hubkolbenmaschinen (HKM) mit umkehrender Kolbenbewegung und Rotationskolbenmaschinen (RKM) mit weitergehender Kolbenbewegung unterschieden. [24]



**Abb. 2.4:** Bauarten der Verdrängungsmaschinen: (a) Hubkolbenmaschine und (b)-(e) verschiedene Rotationskolbenmaschinen nach [24] und [29].



HKM werden mit starrem Kolben oder einer Membran als Kolben ausgeführt. In einer HKM wechselt die Kolbenlage zwischen einem unteren und einem oberen Totpunkt (UT bzw. OT) (siehe Abbildung 2.4). Das zwischen UT und OT verdrängte Volumen ist das Hubvolumen  $V_{\text{Hub}}$ . Der OT liegt etwas unterhalb des Zylinderkopfes, das verbleibende Arbeitsraumvolumen wird Totvolumen  $V_{\text{Tot}}$  genannt. [12]

Die Geometrien von RKM umfassen hingegen ein weit größeres Spektrum. Beispiele für RKM, die bereits Anwendung in Carnot-Batterien finden, sind Schrauben- und Scrollmaschinen, weitere sind Flügelzellen- und Rootsmaschinen [28]. Diese RKM sind in Abbildung 2.4 dargestellt. An dieser Stelle auf alle Bauarten von RKM einzugehen würde den Rahmen der Arbeit sprengen, daher wird für eine breitere Übersicht von Bauarten mit dazugehörigen typischen Betriebsparametern auf die Tabelle A.4 im Anhang verwiesen <sup>1</sup>.

Die optimalen Arbeitsbereiche der verschiedenen Bauarten sind im Cordier-Diagramm dargestellt, für Verdichter siehe Abb. A.1. Über der spezifischen Drehzahl  $n_q$  ist der erreichbare isentrope Kupplungswirkungsgrad aufgetragen. Die Kennzahl  $n_q$  berücksichtigt neben der Drehzahl  $n$  auch den Volumenstrom  $\dot{V}$  und die spezifische Arbeit  $w$ :

$$n_q = 333 \cdot n \cdot \frac{\dot{V}^{\frac{1}{2}}}{w^{\frac{3}{4}}} \quad (2.3)$$

Für HKM werden im Cordier-Diagramm 83% als erreichbarer Kupplungswirkungsgrad angegeben. Bei etwas höheren spezifischen Drehzahlen liegt der Optimalbereich von Rotationskolbenmaschinen. Schraubenverdichter erreichen ölgeschmiert mit 86% die höchsten Wirkungsgrade, im Trockenlauf werden bei höheren spezifischen Drehzahlen 75% als Optimum angegeben. [27]

Es gibt einige Unterschiede zwischen HKM und RKM. HKM eignen sich für Anwendungen mit hohen zu erreichenden Drücken bis 3500 bar [12]. Die Drehzahl der HKM ist allerdings nach oben begrenzt, da die hin- und hergehende Kolbenbewegung Massenkräfte verursacht. Außerdem treten durch die periodischen Ein- und Auslässe Förderstromschwankungen auf. Eine Mehrzylinderausführung wird zum Ausgleich der freien Massenkräfte und Förderstromschwankungen genutzt. Eine weitere Eigenschaft der HKM ist der Ein- und Auslass über selbst- oder fremdgesteuerte Ventile.

RKM erreichen höhere Drehzahlen als HKM und können damit größere Volumenströme fördern. Der Einsatzbereich von RKM liegt dafür bei geringeren Drücken bis 40 bar [12]. Außerdem erfolgt der Ein- und Auslass ventillos, der Verdränger bedeckt,

---

<sup>1</sup>Aufgrund umfassenderer Literatur zu Verdichtern als zu Expandern werden auf Werte für Verdichter zurückgegriffen.

bzw. gibt die Öffnungen frei. Einige RKM, darunter die Schraubenmaschine, weisen geometriebedingt kein Totvolumen oder mehrere parallele Arbeitsräume auf. [24]

Die heutigen Anwendungsbereiche von Kolbenverdichtern sind unter Anderem Druckluftbereitstellung, verfahrenstechnische Synthesegasbereitstellung, Hochdruckgase in der Schweißtechnik, Kälte- und Klimatechnik und Vakuumtechnik [30]. Expander werden in der Literatur vor allem im Einsatz in ORC erwähnt und liefern dort bis 150 kW Strom [29]. In einer sogenannten Freikolbenmaschine trennt ein kurbelfreier Kolben zwei Arbeitsräume im selben Zylinder. Die Freikolbenmaschine arbeitet gleichzeitig als Verdichter und Expander und wird in Brayton-Zyklen geringer Leistung eingesetzt [31].

Kolbenverdichter weisen für die heutigen Anwendungen einen hohen Entwicklungsstand auf, der Fokus liegt auf der Annäherung eines isothermen Verlaufes durch mehrstufige Verdichtung mit Zwischenkühlungen. Für Carnot-Batterien sind die mit derzeit erhältlichen Maschinen erreichbaren Temperaturen zu niedrig [3]. Maximale Verdichtungsendtemperaturen aufgrund von Explosionsgefahr und abnehmender Viskosität von Schmiermitteln liegen bei einer Temperatur  $T$  von etwa 200 °C. Bei Trockenlauf limitiert die thermische Ausdehnung die Verdichtungsendtemperatur. So liegt für die Schraubenmaschine die Temperaturobergrenze bei 250 °C [30]. Die thermische Ausdehnung des Gehäuses und der beiden helixförmigen, gezahnten, und ineinander greifenden Rotoren würden die Betriebssicherheit bei höheren Temperaturen gefährden. Für Scroll- und Flügelzellenmaschinen werden 215 °C bzw. 140 °C als obere Temperaturgrenze genannt [29].

Eine Umkehrung der Strömungsrichtung ist für HKM und RKM möglich. Für Bauarten mit ventilgesteuertem Ein- und Auslass ist die Umkehrung komplizierter als für ventillose Verdrängungsmaschinen. Ursache für die kompliziertere Umkehrung sind die oftmals selbsttätigen Ventile in Verdichtern. Durch Überwinden einer Federkraft bei ausreichendem Über- oder Unterdruck wird ein Strömungsweg freigegeben. Die Ventilöffnung in Expandern erfolgt jedoch fremdgesteuert, beispielsweise mit Hilfe einer Nockenwelle, zu anderen Kurbelwinkeln als in Verdichtern. Komplexer im Betrieb sind fremdgesteuerte Ventile, deren Aktionszeitpunkte zur Umkehrbarkeit variabel sein müssen. [29]

### 2.5.2 Verlustbehaftete Zustandsänderungen in Verdrängungsmaschinen

Im Folgenden werden die in Verdrängungsmaschinen auftretenden Verluste mit den ihnen zugrundeliegenden Ursachen und ihre Einflüsse auf den Wirkungsgrad der

Maschine vorgestellt.

Die Verluste bei der Umwandlung zwischen Arbeit und Elektrizität im Generator werden über einen elektrischen Wirkungsgrad  $\eta_{\text{elektrisch}}$  ausgedrückt. Die Betrachtung der Umwandlung zwischen Fluidenergie und an der Kurbelwelle abgegriffenen bzw. aufgeprägten Arbeit liefert den Kupplungswirkungsgrad  $\eta_{\text{Kupplung}}$  einer Verdrängungsmaschine. Dieser setzt sich aus dem mechanischen  $\eta_{\text{mechanisch}}$  und dem inneren Wirkungsgrad  $\eta_i$  zusammen. Der mechanische Wirkungsgrad berücksichtigt Reibungsverluste im Triebwerk und an Dichtungen [24, S.157]. Es folgt für den Gesamtwirkungsgrad der Verdrängungsmaschine:

$$\eta = \eta_{\text{elektrisch}} \cdot \eta_{\text{mechanisch}} \cdot \eta_i \quad (2.4)$$

Der innere Wirkungsgrad wird aus dem Verhältnis der realen Innenleistung  $P_i$  und der Innenleistung  $P_{i,\text{ideal}}$  eines idealen Vergleichsprozesses bestimmt:

$$\eta_i = \begin{cases} \frac{P_{i,\text{ideal}}}{P_i} & \text{für Verdichter} \\ \frac{P_i}{P_{i,\text{ideal}}} & \text{für Expander} \end{cases} \quad (2.5)$$

Die Innenleistung kann einerseits über die Innenarbeit  $W_i$  und die Drehzahl  $n$  aus dem Flächeninhalt des  $p, V$ -Diagramms bestimmt werden. Außerdem kann die Innenleistung über den Massenstrom  $\dot{m}$  und die spezifische Innenarbeit  $w_i$  berechnet werden:

$$P_i = W_i \cdot n = w_i \cdot \dot{m} \quad (2.6)$$

$$W_i = - \oint_V p dV \quad (2.7)$$

Für gekühlte Kolbenarbeitsmaschinen wird eine isotherme Zustandsänderung als ideale Zustandsänderung angenommen. Die isentrope Zustandsänderung wird für den Vergleich mit ungekühlten Kolbenarbeitsmaschinen herangezogen. Dementsprechend werden für den idealen Vergleichsprozess die isotherme spezifische Arbeit  $w_{i,\text{isentrop}}$  bzw. die isentrope spezifische Arbeit  $w_{i,\text{is}}$  eingesetzt. Diese werden aus den Zustandsgrößen spezifische Entropie  $s$  und spezifische Enthalpie  $h$  bestimmt:

$$w_{i,\text{isotherm}} = T_1 \cdot (s_1 - s_{2,\text{isotherm}}) + h_1 - h_{2,\text{isotherm}} \quad (2.8)$$

$$w_{i,\text{is}} = h_{2,\text{is}} - h_1 \quad (2.9)$$

Die Abweichungen der realen von der idealen Leistung werden durch verschiedene Verlustmechanismen verursacht.

Beim Ein- oder Ausströmen über Ventile oder ventillfreie Ein- und Auslassöffnungen verursacht der kurzzeitig verringerte Strömungsquerschnitt einen Druckverlust im Fluid durch Strömungsreibung. Dieser Verlustmechanismus wird auch als **Drosselverlust** bezeichnet. Der Fluiddruck  $p_{Zyl}$  im Arbeitsraum entspricht also nicht dem Fluiddruck  $p_1$  bzw.  $p_2$  in der Leitung. Dies wird über ein inneres und ein nutzbares Druckverhältnis  $\Pi_i$  bzw.  $\Pi_{\text{nutz}}$  zwischen Schließen des Einlasses (ES) und Öffnen des Auslasses (AO) beschrieben:

$$\Pi_i = \frac{p_{Zyl}(t = t_{AO})}{p_{Zyl}(t = t_{ES})} \quad (2.10)$$

$$\Pi_{\text{nutz}} = \begin{cases} \frac{p_2}{p_1} & \text{für Verdichter} \\ \frac{p_1}{p_2} & \text{für Expander} \end{cases} \quad (2.11)$$

Weitere Verluste werden durch die **Reibung** zwischen der Arbeitsraumbegrenzung und bewegten Verdrängerbauteilen im Arbeitsraum verursacht. Außerdem zählen **Wandverluste** zu den Verlustmechanismen in Verdrängungsmaschinen. Diese resultieren aus dem Wärmeaustausch des Arbeitsfluides mit den arbeitsraumbegrenzenden Flächen bei finiter Temperaturdifferenz. Wandverluste treten auch bei insgesamt adiabater Zustandsänderung auf, wie in Abbildung 2.3 durch die gestrichelt dargestellten realen Verläufe der polytropen Zustandsänderungen gezeigt wird. Aufgrund von Druckgefällen kommt es zu **Undichtigkeitsverlusten** in Form von Massenleckageströmen über die Abdichtungen des Arbeitsraumes und über selbstgesteuerte Ventile. Weiterhin ist die **Aufheizung** im Einlassventil und während des Einlasses bei Arbeitsmaschinen ein Verlustmechanismus, für Expander trifft dies auf die Aufheizung über das Auslassventil zu. [24]

Für Verdrängungsmaschinen mit Totvolumen ist selbiges die Ursache der sogenannten **Rückexpansionsverluste**. In Kolbenarbeitsmaschinen wird ein Teil des Einlasshubes darauf verwendet, das Residualgas zu expandieren, wodurch die Einlasszeit und die Menge an eingelassenem Frischgas sinkt. In Kolbenkraftmaschinen ist die Rückkompression Ursache für eine Über- oder Unterkompression, also einem zu hohen oder einem zu niedrigen Druck zu Beginn des Einlasses, was zu einem plötzlichen Druckausgleich führen kann [29]. Die Volumina  $V_{Zyl}$  zu den Zeitpunkten der Ein- und Auslassöffnungen (EO bzw. AO) und -schließungen (ES bzw. AS) bestimmen

das innere Volumenverhältnis  $\Phi_i$ :

$$\Phi_i = \begin{cases} \frac{V_{Zyl}(t=t_{ES})}{V_{Zyl}(t=t_{AO})} & \text{für Verdichter} \\ \frac{V_{Zyl}(t=t_{AO})}{V_{Zyl}(t=t_{ES})} & \text{für Expander} \end{cases} \quad (2.12)$$

### 2.5.3 Verdrängungsmaschinen in Carnot-Batterien

Für eine Carnot-Batterie basierend auf dem Brayton-Zyklus entwickelte Howes 2012 eine Hubkolbenmaschine anhand von mehreren Prototypen [15]. Eine kommerzielle Carnot-Batterie mit 2 MW Leistung sollte durch ein großes Verhältnis zwischen Zylinderbohrungsdurchmesser und Hubweg ermöglicht werden. Die durch den geringen Hub verringerten Massenkräfte ermöglichten Drehzahlen bis  $n = 1200 \text{ min}^{-1}$ . Ausgelegt für die Anwendung in einem Brayton Zyklus arbeitet die von Howes entwickelte Maschine gleichzeitig als Verdichter und Expander. Dies wurde durch zwei Arbeitsräume an den gegenüberliegenden Stirnseiten des Zylinders umgesetzt. Ein Schema der Carnot-Batterie und eine Abbildung des entwickelten Kolbens sind in Abb. A.2 im Anhang zu finden. In der 2017 von Abarr [23] veröffentlichten Carnot-Batterie wird eine Hubkolbenmaschine als umkehrbare Verdrängungsmaschine eingesetzt. Das insgesamt 16,7 MW Leistung bereitstellende System arbeitet mit Ammoniak als Arbeitsmedium. Aufgrund der hohen Verdichtungsendtemperatur von teilweise 500 °C ist die Nutzung kommerziell verfügbarer Maschinen in Carnot-Batterien nicht möglich. [2].

Dumont [20, 28] untersuchte für WP-ORC Carnot-Batterien bei Temperaturen unter 200 °C verschiedene Verdrängungsmaschinen auf ihre Umkehrbarkeit. Aus Hubkolben-, Flügelzellen-, Roots-, Scroll- und Schraubenmaschinen mit Leistungen unter 10 kW identifizierte er Scrollmaschinen als zur Umkehrung am geeignetsten. Am Energiecampus Nürnberg wird ebenfalls an Carnot-Batterien mit umkehrbaren Verdrängungsmaschinen für den Niedertemperaturbereich geforscht [22, 32]. Dort wird ein Prototyp einer Carnot-Batterie mit 15 kW Nennleistung gebaut. Zur Auswahl einer Maschinenbauart beziehen sich die Autoren auf Dumonts Untersuchungen [28].

Zur Berechnung der Gesamtwirkungsgrade von Carnot-Batterien werden für die Beurteilung der Fluidenergiemaschinen häufig konstante Literaturwerte verwendet [6, 9, 21]. Die Entwicklung von Verdrängungsmaschinen für Carnot-Batterien im Netzmaßstab beschränkt sicher allerdings auf Howes Arbeit für eine Brayton Carnot-Batterie beschränkt und daher bedarf es weiterer Untersuchung der Wirkungsgrade von Verdrängungsmaschinen.

## 3 Auswahl und Konzeption einer Verdrängungsmaschine

In diesem Kapitel werden zunächst die Vor- und Nachteile der Verdrängungsmaschinen gegenüber Strömungsmaschinen für den Einsatz in Carnot-Batterien vorgestellt, auf deren Erhaltung bzw. Abschwächung bei der Auslegung einer Verdrängungsmaschine geachtet werden muss. Im Anschluss werden die aus den Betriebsparametern der Rankine Carnot-Batterie resultierenden Randbedingungen zur Auswahl einer Verdrängungsmaschine aufgeführt. Eine Bauart der Verdrängungsmaschinen wird ausgewählt. Abschließend wird eine Maschinenausführung für einen möglichst effizienten Betrieb unter den vorgegebenen Randbedingungen vorgestellt.

### 3.1 Vor- und Nachteile von Verdrängungsmaschinen

Die Eigenschaften von Strömungs- und Verdrängungsmaschinen wurden in Kapitel 2.4.2 gegenübergestellt. Daraus resultierende Vorteile von Verdrängungsmaschinen gegenüber Strömungsmaschinen sind die Einsetzbarkeit der selben Maschine als Verdichter und Expander sowie die Erhaltung eines guten Wirkungsgrades im Teillastbetrieb.

Ein Nachteil von Verdrängungsmaschinen für den Einsatz in Carnot-Batterien ist der gegenüber Strömungsmaschinen höhere Wärmeaustausch zwischen Fluid und Arbeitsraumbegrenzungen. In heutigen Anwendungen von Kolbenverdichtern wird diese Eigenschaft häufig durch gewollte Wärmeabfuhr zur Annäherung einer isothermen Verdichtung genutzt (siehe Kapitel 2.5.1). Für den Einsatz in Carnot-Batterien soll der Wärmeaustausch zwischen Fluid und Wand vermieden werden, um einen isentropen Prozess anzunähern.

Eine weitere Herausforderung für Verdrängungsmaschinen ist die für Carnot-Batterien geforderte Leistung im Megawattbereich. Eine Möglichkeit zur Bereitstellung der geforderten Leistung und effizientem Teillastbetrieb ist ein modularer Aufbau aus mehreren Verdrängungsmaschinen. Je nach geforderter Leistungsumsetzung werden Module ein- und ausgeschaltet. Damit wird gleichzeitig die Stillsetzregelung als effizienteste Regelung der Verdrängungsmaschinen eingesetzt. Der geforderten Maschinenleistung kommt außerdem der Einsatz in einer Rankine anstatt in einer Brayton Carnot-Batterie zugute. Im Brayton-WKP werden  $\frac{2}{3}$  der Turbinen- oder Expanderleistung dem Verdichter zugeführt, nur  $\frac{1}{3}$  der Leistung wird vom Generator in Strom umgewandelt [12]. Im Rankine-WKP wird durch die Flüssigkeitsver-

die Dichtung ein höherer Anteil der Expanderleistung in Strom umgewandelt und damit die insgesamt notwendige Expanderleistung reduziert.

### 3.2 Auswahl einer Bauart für eine Rankine Carnot-Batterie

Zur Auswahl einer Bauart werden zunächst die Betriebsparameter vorgestellt, die durch den Einsatz in der vorgegebenen Rankine Carnot-Batterie die Randbedingungen der Auswahl sind. Im Anschluss wird basierend auf den in Kapitel 2.5 vorgestellten Eigenschaften der verschiedenen Bauarten und unter Berücksichtigung von Literaturwerten zur Beschränkung von Betriebsparametern eine geeignete Verdrängungsmaschine ausgewählt.

Das Systemschema der vorgegebenen Rankine Carnot-Batterie ist in Abb. 2.2 dargestellt. Dem Verdichter sind ein Einlassdruck von 1,0135 bar und 500 °C als Auslasstemperatur durch den Beladevorgang der Carnot-Batterie vorgegeben. Das Arbeitsfluid ist ein Gemisch aus Ammoniak (NH<sub>3</sub>) und Wasser (H<sub>2</sub>O). Die Zusammensetzung des Gemisches in Massenanteilen  $\tilde{w}$  ist:

$$\tilde{w}_{\text{NH}_3} = 0,8 \text{ und } \tilde{w}_{\text{H}_2\text{O}} = 0,2. \quad (3.1)$$

Die Einlasstemperatur beträgt 64 °C, das Arbeitsfluid ist beim Verdichtereintritt also gasförmig. Bei isentroper Verdichtung ausgehend vom Einlasszustand erreicht das Fluid bei 61 bar die vorgegebene Auslasstemperatur.

Der Einsatzbereich des Expanders entspricht etwa dem des Verdichters, jedoch liegen Einlasstemperatur und -druck etwas unter den Werten des Verdichterauslasses. Der Druck und die Temperatur des Arbeitsmediums des Expanderauslasses sind gegenüber den Werten des Verdichtereinlasses etwas erhöht. Die Abweichung der Betriebsparameter ist begründet durch die endlichen Temperaturdifferenzen bei der Wärmeübertragung an die Speicher und die notwendige Wärmeabgabe der durch Irreversibilitäten verursachten Wärme.

Hubkolben- und Schraubenmaschinen können die höchsten Wirkungsgrade unter den Verdrängungsmaschinen erzielen und haben einen großen Einsatzbereich (siehe Kapitel 2.5.1 und Abb. A.1). Der große Einsatzbereich dieser Bauarten ist vorteilhaft, da hierdurch eine nachträgliche Optimierung der Betriebsparameter der Carnot-Batterie durch die Bauartauswahl weniger eingeschränkt ist. Die stark voneinander abweichenden Betriebsparameter der Carnot-Batterien in der Literatur zeigen, dass diese über große Bereiche variiert werden können.

Der mögliche Betriebsbereich der Verdrängungsmaschinen wird maßgeblich durch den Maximaldruck und die maximale Temperatur vorgegeben. Die erreichbaren Drücke der RKM liegen unterhalb des zu erreichenden Druckes für die Rankine Carnot-Batterie. Der höchste Druck wird von der Schraubenmaschine erreicht. Die maximale Verdichtungsendtemperatur der Schraubenmaschine ist allerdings begrenzt ist (siehe Kapitel 2.5.1).

Dagegen eignen sich Hubkolbenmaschinen für den Einsatz bei hohen absoluten Temperaturen und großem Temperaturhub. Trockenlaufende Hubkolbenverdichter eignen sich neben der zu erreichenden Temperatur auch für den zu erreichenden Druck (siehe Tab. A.4) der Rankine Carnot-Batterie. Dies gilt auch für Hubkolbenexpander [29]. Somit wird die Hubkolbenmaschine als für den Einsatz in der betrachteten Rankine Carnot-Batterie am besten geeignet identifiziert. Es werden keine Betriebsgrenzen überschritten und hohe Volumenströme können realisiert werden.

Diese Einschätzung wird nun mit ähnlichen Diskussionen in der Literatur verglichen. Dumont [28] wählte nach experimenteller Untersuchung von fünf Kolbenmaschinen eine Scrollmaschine als umkehrbare Verdrängungsmaschine für eine Carnot-Batterie aus. Diese Entscheidung erfolgte für eine Niedertemperatur Carnot-Batterie mit einer Maschinenleistung von unter 15 kW, die deutlich unter der angestrebten Leistung von 2 MW für die Rankine Carnot-Batterie liegt. Durch die stark abweichenden Betriebsparameter kann die Auswahl nicht direkt verglichen werden. Ein übertragbares Ergebnis der experimentellen Untersuchung von Scroll-, Hubkolben-, Schrauben-, Roots- und Flügelzellenmaschinen ist, dass jede von ihnen zur Umkehrbarkeit geeignet ist [20]. Hubkolbenmaschinen sind dabei aufgrund der Komplexität der Ventilsteuerung eher für Maschinen größeren Maßstabes geeignet [32]. Die Ventilsteuerung von Hubkolbenmaschinen bedeutet zwar eine komplexere Maschine, sie kann jedoch auch zur Regelung genutzt werden. Außerdem kann auf die Ventilentwicklung für den Einsatz in Carnot-Batterien von Howes zurückgegriffen werden [15].

### 3.3 Konzeption der Hubkolbenmaschine

Im Folgenden wird die Ausführung der Hubkolbenmaschine für den Einsatz unter den vorgegebenen Betriebsparametern betrachtet. Zunächst werden Randbedingungen für die Maschine aus den Forderungen nach Umkehrbarkeit der Strömungsrichtung, nach der Annäherung einer isentropen Zustandsänderung und nach einer effizienten Regelung abgeleitet. Anschließend wird auf die Minimierungsmöglichkeiten



der in Kapitel 2.5.2 vorgestellten Verlustmechanismen in Hubkolbenmaschinen eingegangen, um unter den vorgegebenen Randbedingungen eine möglichst verlustfrei arbeitende Maschine zu gestalten.

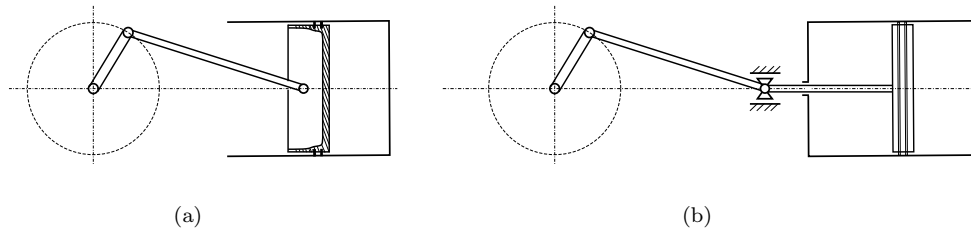
#### 3.3.1 Anpassungen an die Betriebsparameter

Die Hubkolbenmaschine muss so konstruiert sein, dass sie als Verdichter und als Expander betrieben werden kann. Wie in vorherigen Abschnitten bereits erwähnt, müssen hierzu die Ventile und die Ventilsteuerung geeignet sein. In Verdichtern werden typischerweise Ventile eingesetzt, die über den Fluiddruck im Arbeitsraum gesteuert sind. Dagegen erfolgt die Ventilbetätigung in Expandern über fremdgesteuerte Impulse bei bestimmten Kurbelwellenwinkeln, beispielsweise mithilfe einer Nockenwelle. Die je nach Betriebsmodus voneinander abweichenden Ventilzeitpunkte sind mittels einem von Howes entwickelten und pneumatisch gesteuertem Ventil aus zwei zueinander verschiebbaren Ventilplatten umsetzbar [33]. Für die Hubkolbenmaschine wird Howes Ventilentwicklung ausgewählt, in Abbildung A.2b ist das geöffnete Ventil dargestellt.

Die Hubkolbenmaschine kann ein- oder mehrstufig ausgeführt sein. In der Literatur wird eine mehrstufige Ausführung gewählt, wenn das Fluid zwischen den Stufen gekühlt und damit eine isotherme Zustandsänderung angenähert werden soll. Vor dem Hintergrund der für die Rankine Carnot-Batterie gewünschten schnellen Zustandsänderung mit möglichst geringem Wärmeübergang wird eine einstufige Maschine vorgeschlagen. In Carnot-Batterien mit latentem Heißspeicher hingegen kann eine Maschine mit Zwischenkühlungen sinnvoll sein, durch welche im Beladevorgang die Verdichtungsendtemperatur nur geringfügig über der Kondensationstemperatur des Arbeitsfluides liegt [34].

Zur Umsetzung eines guten Teillastverhaltens muss die Hubkolbenmaschine effizient geregelt werden. Am besten ist die zeitweise Stillsetzung einzelner Module. Bei einem modularen Aufbau durch mehrere einzeln abschaltbare Arbeitsräume kann so stufenweise ein großes Leistungsspektrum abgedeckt werden. Eine stufenlose Regelung zur Anpassung der Leistung zwischen den Modulstufen mit gutem Wirkungsgrad kann für den Verdichter eine Saugventilabspernung, umzusetzen über die Ventilsteuerung, oder eine Drehzahlregelung sein. Eine weitere effiziente Regelungsmöglichkeit ist die Kolbenhubänderung, welche im Vergleich zu den anderen vorgestellten stufenlosen Regeleingriffen mit hohem konstruktiven Aufwand verbunden ist. Weitere Regelungsmöglichkeiten sind in Tab. A.3 aufgeführt. Aus dieser kurzen Betrachtung möglicher

Regeleingriffe geht hervor, dass für eine effiziente Regelung der betrachteten Hubkolbenmaschine keine besonderen konstruktiven Einschränkungen zu beachten sind.



**Abb. 3.1:** (a) Tauchkolben für einfachwirkende Zylinder und (b) Kreuzkopfttrieb für doppeltwirkende Zylinder. - Eigene Darstellung nach [35].

#### 3.3.2 Maßnahmen zur Beschränkung der Verluste

##### Pulsation des Förderstroms

Ein pulsierender Förderstrom, resultierend aus den periodischen Ein- und Auslassen des Arbeitsfluides, ist kein direkter Verlustmechanismus der Hubkolbenmaschine. Die Pulsation wirkt sich allerdings indirekt auf den Gesamtwirkungsgrad von Carnot-Batterien aus. Bei Druckschwankungen im Arbeitsfluid wird eine größere Wärmeübertragungsfläche zur Be- und Entladung der thermischen Speicher notwendig. Die pulsierende Strömung kann mittels großer Behälter in den Leitungen zu und von der Hubkolbenmaschine gedämpft werden. [36]

Eine weitere Möglichkeit, die Pulsation zu verringern und daneben auch den geförderten Volumenstrom zu erhöhen, ist ein doppeltwirkender Zylinder. Doppeltwirkend bedeutet im Gegensatz zum einfachwirkenden Zylinder, dass zwei Arbeitsräume zu beiden Seiten des Kolbens liegen. Die Arbeitsspiele der Arbeitsräume im doppeltwirkenden Zylinder sind um  $180^\circ$  Kurbelwinkel versetzt. In Abb. 3.1 sind die beiden Zylinderausführungen mit zugehörigem Triebwerk dargestellt. In doppeltwirkenden Zylindern wird anstelle eines Tauchkolbens (3.1a) ein Kreuzkopfttrieb (3.1b) verwendet, der die Bewegung der Pleuellagerstange außerhalb des Zylinders in eine reine Auf- und Abwärtsbewegung umwandelt. Als mittlere Kolbengeschwindigkeit in großen doppeltwirkenden Hubkolbenmaschinen werden  $2 - 4,5 \text{ m s}^{-1}$  empfohlen. [30]

##### Rückexpansionsverluste im Verdichterbetrieb

Ein größeres Totvolumen bewirkt zwar eine geringere Pulsation in den Leitungen, allerdings verursacht es ebenfalls höhere Rückexpansionsverluste, mit der Folge eines geringeren geförderten Volumenstroms [36]. Es wird ein doppeltwirkender Zylinder

mit möglichst geringem Totvolumen vorgeschlagen, um sowohl die Pulsation gering zu halten, als auch einen hohen Volumenstrom fördern zu können. Mit der Ventilentwicklung von Howes kann ein sehr kleines Totvolumen umgesetzt werden, da die Ventilbetätigung durch seitliches Verschieben einer Ventilplatte ohne erforderlichem Raum im Zylinder erfolgt [15, 33].

#### **Temperaturverluste bei Ventildurchströmung**

Die Positionierung der Ventile nimmt Einfluss auf die Temperaturverluste bei Ventildurchströmung. Befinden sich sowohl Einlass- als auch Auslass am Zylinderkopf, wird nach Lemort [29] von einer Crossflow-Konfiguration der Hubkolbenmaschine gesprochen. Bei einer Uniflow-Konfiguration liegen Ein- und Auslass an den gegenüberliegenden Seiten des Zylinders. Die räumliche Trennung von Ein- und Auslassventil sowie den damit verbundenen Temperaturniveaus der Massenströme bewirkt eine geringere Aufheizung bzw. Abkühlung des Fluides bei Ventildurchströmung. Eine weitere Maßnahme sind große Ventilöffnungen, durch welche eine geringere Aufheizung des Fluides als Folge geringerer Strömungsreibung erreicht wird. Mit den ausgewählten Ventilen entspricht die Ventilöffnung etwa 30% der Zylinderbohrung [15].

#### **Drosselverluste**

Auch zur Minimierung der Drosselverluste des Fluides über die Ventile trägt eine große Ventilöffnung bei [37]. Zur Verringerung der Drosselverluste ist auch ein schneller Wechsel zwischen vollständig geöffnetem und geschlossenem Zustand des Ventils wichtig [29]. Außerdem treten Verluste durch einen plötzlichen Druckausgleich nach der Öffnung des Ventils auf. Durch Öffnung ohne notwendigem Über- oder Unterdruck gegenüber der Leitung zum Überwinden einer Federkraft werden diese Verluste vermieden, umzusetzen ist das beispielsweise über pneumatisch gesteuerte Ventile. [15]

#### **Undichtigkeitsverluste**

Eine geeignete Abdichtung des Arbeitsraumes ist zur Minimierung des Leckagestroms zu wählen. Diese kann nach Eifler [35] berührungslos über eine (Labyrinth-) Spaltdichtung, kraftschlüssig oder formschlüssig über eine Membran in Membrankolbenmaschinen ausgeführt werden. Zu den kraftschlüssigen Gleitdichtungen zählen Kolbenringe für Hubkolbenmaschinen und Dichtleisten für die Kolben der Tro-

choidmaschinen. Für Anwendungen mit großem Temperaturhub sind berührungslose Dichtungen aufgrund der variierenden Spaltgröße als Folge thermischer Ausdehnung ungeeignet. Kraftschlüssige Dichtungen können die thermischen Dehnungen ausgleichen und sind für hohe Wechseldrucke- und Temperaturen geeignet. Daher werden Kolbenringe zur Abdichtung des Kolbens gegenüber der Zylinderwand gewählt. Zur Montage und zur Vorspannungserzeugung sind die Kolben als unterbrochene Ringe ausgeführt. Die Aussparung wird als Stoß bezeichnet und ist die Ursache für einen Leckagestrom über die Kolbenringe. Durch zwei zueinander verdrehte Kolbenringe wird die Leckage minimiert. [24]

#### **Reibung zwischen Kolben und Zylinderwand**

Eine geringe Kolbengeschwindigkeit wird angestrebt, da die Reibung mit dem Quadrat der Kolbengeschwindigkeit zunimmt [4]. Hierfür wird zunächst der Ansatz von Howes übernommen, die Kolbengeschwindigkeit durch eine große Kolbenfläche und einen verhältnismäßig kleinen Hubweg für ein gegebenes Hubvolumen gering zu halten [15].

Die Reibung wird außerdem durch gute Schmierung verringert. Prinzipiell kann eine Hubkolbenmaschine ölgeschmiert oder trocken laufen. Bei Ölschmierung wird das Schmieröl entweder hinter der Maschine aus dem Fluid durch einen Ölabschneider entfernt oder durchläuft gemischt mit dem Arbeitsfluid den gesamten Kreisprozess. Ammoniak ist jedoch mit üblichen Maschinenölen schlecht mischbar. Aufgrund der hohen Temperaturen wird wie in Kapitel 3.2 diskutiert von einer Ölschmierung abgesehen. Außerdem ist die kühlende Wirkung der Schmieröle auf das Fluid unerwünscht und die Hubkolbenmaschine wird im Trockenlauf betrieben. Die Kolbensmierung durch sogenannte Festschmierstoffe als Beschichtung der Kolbenringe umgesetzt. Polytetrafluorethylen (PTFE) wird häufig hierzu eingesetzt, eignet sich jedoch nur für Anwendungen bis 250 °C. Molybdän findet im Vakuum Anwendung. Graphit eignet sich für hohe Temperaturen und im Gegensatz zu Molybdän auch für den Kontakt mit Wasser und wird daher als Festschmierstoff ausgewählt. [38]

#### **Wandverluste**

Der Wärmeaustausch zwischen Wand und Fluid ist abhängig von der Zeit, die der Wärmeübertragung zur Verfügung steht. Eine hohe Drehzahl und damit ein kürzerer Aufenthalt des Fluides in der Maschine ist also für eine schnelle Verdichtung bzw. Expansion und damit geringe Wandverluste anzustreben. [4]

Neben der Zeit, die das Fluid in der Maschine verweilt, hängt der Wärmeaustausch von der Wärmeleitung im Fluid ab. Die Wärmeleitfähigkeit von Gasen ist quer zur Strömungsrichtung, also ohne Stofftransport, gering. Durch Vermeidung radialer Geschwindigkeitsanteile wird also die Wärmeübertragung innerhalb des Fluides von den Wandbereichen weg verlangsamt. Daraus folgt ein geringerer Wärmeaustausch zwischen Wand und Fluid. Für die Auslegung der Hubkolbenmaschine folgt damit, dass die Ein- und Ausströmung möglichst geringe Turbulenzen verursachen sollte. Dies wird über eine Ventilplatzierung an der Kopfseite des Zylinderarbeitsraumes, einen großen Ventilöffnungsquerschnitt und eine Ventildurchströmung in axialer Richtung über die rechteckigen Aussparungen der Ventilplatte umgesetzt. Außerdem trägt eine geringe Kolbengeschwindigkeit zur Minimierung der Wandverluste bei. [37]

Weiterhin kann der Wärmeaustausch durch Begrenzung der maximalen Temperaturdifferenz zwischen der Zylinderwand und dem Fluid beschränkt werden. Einem geringen Temperaturhub zwischen Ein- und Auslass folgen kleine maximale Temperaturgefälle, eine höhere Stufenzahl könnte sich also durch Aufteilen des Gesamttemperaturhubs vorteilhaft auf die Wandverluste auswirken.

## 4 Simulationsmodell einer Hubkolbenmaschine

In den vorherigen Kapiteln wurde auf die Theorie von Verdrängungsmaschinen eingegangen und anhand von Literatur eine Hubkolbenmaschine als geeignetste Verdrängungsmaschine für den Einsatz in Carnot-Batterien ausgewählt. Da der Einsatz dieser in Carnot-Batterien noch nicht ausführlich in der Literatur beschrieben ist, wurde eine nulldimensionale (0D) Simulation entwickelt, um die Vorgänge in der ausgewählten Hubkolbenmaschine besser zu verstehen [6]. Auf Grundlage der aus der Entwicklung des Simulationsmodells gewonnenen Erkenntnisse ist eine Auswahl eines optimalen Betriebspunktes sowie eine Einschätzung bezüglich der Regelung der Hubkolbenmaschine möglich.

In diesem Kapitel wird ein Gleichungssystem zur dynamischen 0D-Simulation der in Kapitel 3.3 vorgestellten Hubkolbenmaschine entwickelt. Dieses ist durch Modifikation der Ventilsteuerung für Verdichter und Expander einsetzbar, im Rahmen dieser Arbeit wurde bisher nur ein Verdichter in einem Python-Programm implementiert.

### 4.1 Methodik der Modellierung

#### 4.1.1 Nulldimensionales Modell

Zur Modellierung der verlustbehafteten Zustandsänderung in einer Hubkolbenmaschine werden die in Kapitel 2.5.2 vorgestellten Verlustmechanismen betrachtet. Modelliert werden hier Drosselverluste, Wandverluste, Aufheizungs- und Rückexpansionsverluste. Außerdem werden Undichtigkeitsverluste durch einen Leckagestrom über die Kolbenringe der Hubkolbenmaschine berücksichtigt, da diese besonders für trockenlaufende Hubkolbenmaschinen nicht zu vernachlässigen sind [24].

Die Reibung zwischen Kolbenringen und Wand wird im nulldimensionalen Modell nicht berücksichtigt. Die Kolbengeschwindigkeit bleibt durch das große Verhältnis zwischen Kolbendurchmesser  $D$  und Hubweg  $\tilde{s}$  auch bei hohen Drehzahlen gering. Aus diesem Grund wird ein konstanter mechanischer Wirkungsgrad von  $\eta_{\text{mechanisch}} = 0,9$  verwendet, der auch die Kolbenringreibung einschließt. Weiterhin wird ein elektrischer Wirkungsgrad von  $\eta_{\text{elektrisch}} = 0,97$  für Leistungen im 2 MW-Bereich verwendet, um den Wirkungsgrad der Hubkolbenmaschine zu bestimmen. [15]

Es werden nur die Prozesse betrachtet, die im Zylinderarbeitsraum und den Zwischenräumen zwischen Kolben und Zylinderwand ablaufen. Dementsprechend werden die Zustände in den Leitungen vor und hinter der Maschine, der Zustand im Kurbelgehäuse und die Temperatur der arbeitsraumbegrenzenden Bauteile als konstant

angenommen [39, 40]. Die modellierte Zustandsänderung im Zylinderarbeitsraum wird als quasistatisch betrachtet, wodurch sich als verrichtete Arbeit  $W_{12} = - \oint p dV$  ergibt [41]. Das Ammoniak-Wasser-Gemisch wird als Realstoff betrachtet und dessen Zustandsgrößen werden der Stoffdatenbank in Refprop 10.0 des National Institute of Standards and Technology (NIST) entnommen [42].

Der Entwicklungsstand von Hubkolbenmaschinen, die im Betrieb unter den für Carnot-Batterien geforderten hohen Temperaturen bis 500 °C hohe Effizienz zeigen, ist gering [3, 15]. Aus diesem Grund wird eine 0D-Simulation als dem Entwicklungsstand angemessen betrachtet. Die nulldimensionale Modellierung bedeutet, dass der Fluidzustand innerhalb des Kontrollvolumens ortsunabhängig ist. Der Fluidzustand im Kontrollvolumen ändert sich also nur mit der Zeit. Diese Art der Simulation wird genutzt, um in frühen Stadien der Auslegung Betriebsparameter, Geometrien und Regelungen zu testen und diese aufgrund der im Vergleich zu dreidimensionalen Computational-Fluid-Dynamics (CFD) Simulationen kurzen Rechenzeiten iterativ verbessern zu können.

Gegenüber nulldimensionaler Simulationen von Hubkolbenmaschinen in der Literatur wird in diesem Modell das von Howes für Carnot-Batterien entwickelte Ventil eingesetzt [15]. Ein Ansatz von Willich [40] zu diesem Ventil ist, dieses als durchströmtes Gitter in einer Gasfeder zu modellieren. Eine CFD-Simulation der selben Autoren zeigte die Einschränkungen in der Parametervariation aufgrund der langen Rechenzeiten dieser auf, die durchgeführten Simulationen von Willich et al. [43] werden in dieser Arbeit zur Validierung des entwickelten Modells genutzt. Im Laufe der Arbeit wurde „PDSim“, ein Opensource 0D-Modell für Verdrängungsmaschinen, gefunden [44]. Das auf den Programmiersprachen Python und Cython basierende Modell ermöglicht die nulldimensionale Simulation verschiedener Verdrängungsmaschinen. Im Gegensatz zu dem im Folgenden vorgestellten Modell werden in „PDSim“ Ventile betrachtet, die in axialer Richtung über Federkräfte öffnen. Außerdem sind die auf den Refprop-Stoffdaten basierenden Modelle in der Literatur nicht für ein Ammoniak-Wasser-Gemisch einsetzbar. Die Transporteigenschaften für Gemische mit Wasser sind in der Stoffdatenbank nicht verfügbar und werden in dieser Arbeit für den Einsatz eben dieses Gemisches zusätzlich implementiert.

### 4.1.2 Differential-Algebraisches System

Zur Simulation thermodynamischer Systeme wird ein Differential-Algebraisches (DA) Gleichungssystem aufgestellt:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}), \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \quad (4.1)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}) \quad (4.2)$$

Dieses DA-System besteht aus differentiellen (4.1) und algebraischen Gleichungen (4.2). Die Bilanzgleichungen des thermodynamischen Systems werden als Differentialgleichungen (DGL) aufgestellt, die algebraischen Gleichungen werden ergänzend zur Berechnung der Terme in den Bilanzgleichungen verwendet. Die systembeschreibenden Gleichungen hängen von den differentiellen Variablen im Vektor  $\mathbf{x}$  und den algebraischen Variablen  $\mathbf{z}$  ab. Im Vektor  $\mathbf{u}$  sind die sogenannten Eingangsgrößen zusammengefasst. Die in diesem Vektor enthaltenen Größen sind allein von der Zeit abhängig und sind für jeden Zeitschritt unabhängig von  $\mathbf{x}$  und  $\mathbf{z}$  vorgegeben.  $\mathbf{p}$  enthält die zeitinvarianten Parameter des Systems und  $\mathbf{x}_0$  enthält die Anfangswerte der differentiellen Größen.

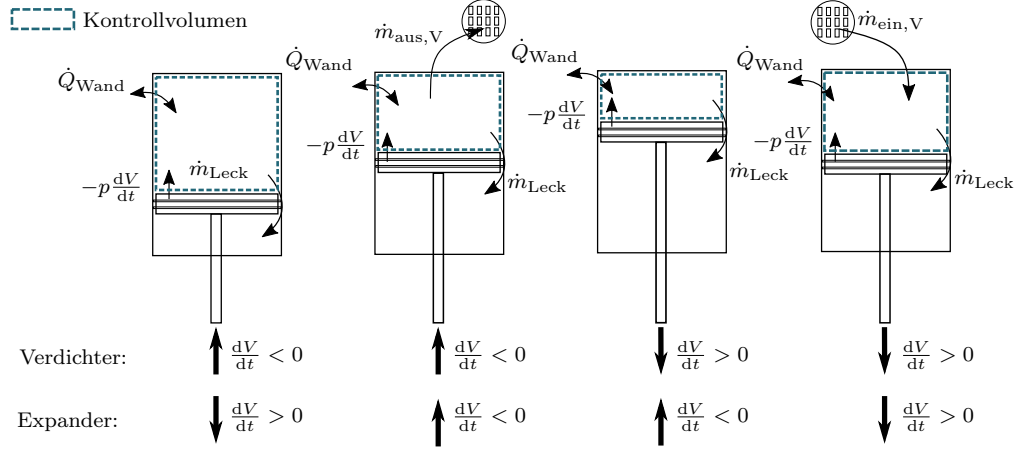
Das reale System wird durch Speicher- und Verknüpfungssysteme modelliert. Speichersysteme werden durch Kontrollvolumina beschrieben, speichern Masse und Energie und haben dementsprechend einen thermodynamischen Zustand, während Verknüpfungssysteme Speichersysteme miteinander verbinden und Schnittgrößen übertragen.

Das DA-System zur mathematischen Beschreibung der Hubkolbenmaschine wird mit dem Zylinderarbeitsraum und dem Zwischenraum (ZR), der durch den Kolben, die Zylinderwand und die beiden Kolbenringe begrenzt wird, als Speichersysteme aufgestellt.

## 4.2 Gleichungssystem für den Zylinderarbeitsraum

Zunächst wird das Gleichungssystem des Speichersystems Zylinderarbeitsraum vorgestellt. Der Zustand des Fluides im Zylinderarbeitsraum wird durch eine Massen- und eine Energiebilanz mit dem in seiner Größe veränderlichen Arbeitsraum als Kontrollvolumen beschrieben. Die Schnittgrößen mit der Umgebung, also die Ströme über die Grenzen des Kontrollvolumens, sind in Abb. 4.1 dargestellt. Die Mas-





**Abb. 4.1:** Durch die Zylinderwände und den Kolben begrenztes Kontrollvolumen des Zylinderarbeitsraumes einer Hubkolbenmaschine. Dargestellt sind die Ein- und Auslassmassenströme, der Massenleakagestrom über die Pleuellringe und die Energieströme der Wärme und Arbeit über die Grenzen des Kontrollvolumens. Weiterhin sind die Richtungen der Pleuellringe für Verdichter und zu den jeweiligen Phasen angegeben. - Eigene Darstellung nach [24, 29].

senströme über die Grenzen des Kontrollvolumens sind das einströmende Fluid bei geöffnetem Einlassventil  $\dot{m}_{\text{ein},V}$ , das ausströmende Fluid bei geöffnetem Auslassventil  $\dot{m}_{\text{aus},V}$  und der Massenleakagestrom über die Pleuellringe  $\dot{m}_{\text{Leck}}$ . Mit diesen Massenströmen wird die Massenbilanz als Differentialgleichung für die Fluidmasse im Zylinderarbeitsraum  $m_{\text{Zyl}}$  aufgestellt:

$$\frac{dm_{\text{Zyl}}(t)}{dt} = \dot{m}_{\text{ein},V}(t) - \dot{m}_{\text{aus},V}(t) - \dot{m}_{\text{Leck}}(t) \quad (4.3)$$

Die Energieströme über die Grenzen des Kontrollvolumens sind die an die Massenströme gebundenen Enthalpieströme  $\dot{H}$ , die zeitliche Ableitung der Arbeit  $-p_{\text{Zyl}} \frac{dV_{\text{Zyl}}}{dt}$  und der Wärmestrom zwischen Arbeitsraum und Zylinderwand  $\dot{Q}_{\text{Wand}}$ . Ein positiver Wärmestrom bedeutet einen Wärmestrom von der Wand an das Fluid im Arbeitsraum. Die Energiebilanz für den Zylinderarbeitsraum wird als zweite Differentialgleichung aufgestellt und führt die differentielle Größe der inneren Energie  $U_{\text{Zyl}}$  des Fluides im Kontrollvolumen ein:

$$\frac{dU_{\text{Zyl}}(t)}{dt} = \dot{H}_{\text{ein},V}(t) - \dot{H}_{\text{aus},V}(t) - \dot{H}_{\text{Leck}}(t) + \dot{Q}_{\text{Wand}}(t) - p_{\text{Zyl}}(t) \frac{dV_{\text{Zyl}}(t)}{dt} \quad (4.4)$$

Die beiden vorgestellten DGL 4.3 und 4.4 entsprechen Gleichung 4.1 des DA-Systems. Zur Lösung der DGL werden neben den Anfangswerten der differentiellen Variablen  $m_{\text{Zyl}}$  und  $U_{\text{Zyl}}$  für den Startzeitpunkt  $t_0$  auch algebraische Gleichungen zur Berechnung der einzelnen Terme in den Bilanzgleichungen benötigt (siehe Ka-

Gemäß der vier Zylinderdarstellungen in Abb. 4.1 wird ein Arbeitsspiel der Hubkolbenmaschine zeitlich in vier Phasen eingeteilt. Die vier Phasen eines Hubkolbenverdichters sind in der Reihenfolge der Darstellung in 4.1 „Verdichtung“, „Auslass“, „Rückexpansion“ und „Einlass“. Für Expander sind die Phasen „Rückkompression“, „Einlass“, „Expansion“ und „Auslass“. Durch die Definition der Phasen können Fallunterscheidungen in Gleichungen, beispielsweise für Ein- und Auslassmassenströme, eingeführt werden.

$$u_{\text{Zyl}}(t) = \frac{U_{\text{Zyl}}(t)}{m_{\text{Zyl}}(t)} \quad (4.5)$$

$$\rho_{\text{Zyl}}(t) = \frac{m_{\text{Zyl}}(t)}{V_{\text{Zyl}}(t)} \quad (4.6)$$

$$z_{\text{Yyl}}(t) = z(\rho_{\text{Yyl}}(t), u_{\text{Yyl}}(t)) \text{ mit } z \in \{p, T, h, s\} \quad (4.7)$$

31

Die konstanten Größen der Hubkolbenmaschine zur Festlegung des Arbeitsraumes sind der Kurbelwellenradius  $r$ , die Schubstangenlänge  $l_s$ , der Zylinderbohrungsdurchmesser  $D$  und die Höhe des Totvolumens  $l_{\text{Tot}}$ , diese sind in Abb. 4.2 dargestellt. Über diese Längen können das Schubstangenverhältnis  $\lambda_s$ , der Kolbenhub  $\tilde{s}_{\text{Hub}}$ , die Kolbenfläche  $A_K$ , das Hub- und das Totvolumen  $V_{\text{Hub}}$  bzw.  $V_{\text{Tot}}$  bestimmt werden:

$$\lambda_s = \frac{r}{l_s} \quad (4.8)$$

$$A_K = \frac{\pi D^2}{4} \quad (4.9)$$

$$V_{\text{Hub}} = A_K \cdot 2r = A_K \cdot \tilde{s}_{\text{Hub}} \quad (4.10)$$

$$V_{\text{Tot}} = A_K \cdot l_{\text{Tot}} \quad (4.11)$$

Durch die Kinematik der Hubkolbenmaschine ist die Kolbenposition zwischen dem oberen und unteren Totpunkt durch den Kurbelwinkel  $\alpha$  festgelegt. Der Kurbelwinkel kann über die Drehzahl der Kurbelwelle und einem Anfangswert  $\alpha_0$  als Funktion der Zeit  $t$  formuliert werden:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n \quad (4.12)$$

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \omega \cdot t \quad (4.13)$$

Die Position des Kolbens und das Arbeitsraumvolumen sind durch Einsetzen von  $\alpha(t)$  ebenfalls Funktionen der Zeit:

$$\tilde{s}(\alpha) = r \cdot \left[ (1 - \cos(\alpha)) + \frac{1}{\lambda_s} \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \lambda_s^2 \cdot (\sin(\alpha))^2} \right) \right] \quad (4.14)$$

$$V_{\text{Zyl}}(\alpha) = V_0 + A_K \cdot \tilde{s}(\alpha) \quad (4.15)$$

$$(4.16)$$

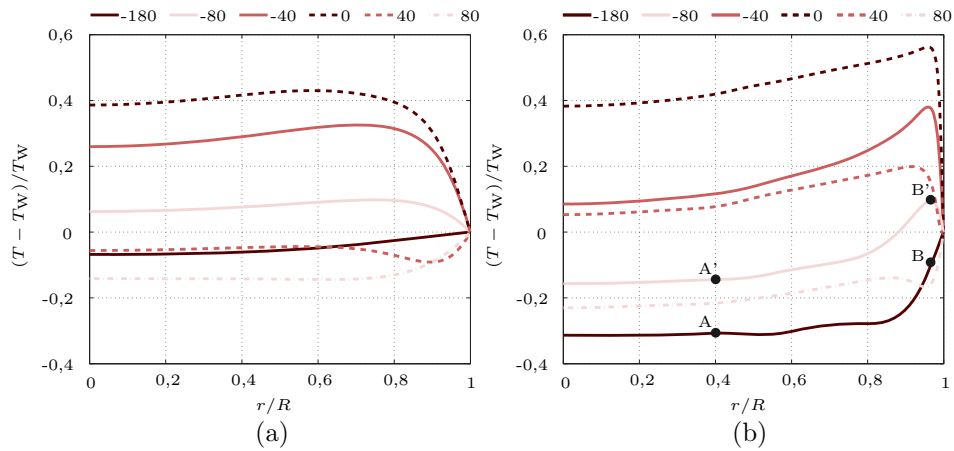
Aus der Definition der Winkelgeschwindigkeit als  $\omega = \frac{d\alpha}{dt}$  folgt für die Kolbengeschwindigkeit  $c_K$  und die Volumenänderung mit der Zeit  $\frac{dV_{\text{Zyl}}}{dt}$ :

$$\begin{aligned} c_K(\alpha) &= \frac{d\tilde{s}(\alpha)}{dt} = \frac{d\tilde{s}(\alpha)}{d\alpha} \cdot \omega \\ &= \left( r \cdot \sin(\alpha) + \frac{\lambda_s \cdot r}{2} \cdot \frac{\sin(2\alpha)}{\sqrt{1 - \lambda_s^2 \cdot (\sin(\alpha))^2}} \right) \cdot \omega \end{aligned} \quad (4.17)$$

$$\frac{dV_{\text{Zyl}}(\alpha)}{dt} = \frac{dV}{d\alpha} = A_K \cdot c_K(\alpha) \cdot \omega \quad (4.18)$$

### 4.2.2 Wärmeübertragung zwischen Fluid und Wand

Das Fluid im Arbeitsraum tauscht mit den Zylinderwänden, der Kolbenoberfläche und dem Zylinderkopf aufgrund der Temperaturdifferenz zwischen Fluid und Wand Wärme aus. Die Temperatur aller soeben aufgezählten arbeitsraumbegrenzenden Flächen wird im Folgenden Wandtemperatur  $T_{\text{Wand}}$  genannt.  $T_{\text{Wand}}$  wird vereinfacht als konstant angenommen, da sie in einem stationären Betrieb der Hubkolbenmaschine nur sehr geringen Schwankungen unterliegt [45]. Die Annahme einer konstanten Wandtemperatur lässt die Eigenschaften der Wand außer Acht. Mathie et al. [37] führten eine Untersuchung des Wärmeübergangs in Hubkolbenmaschinen bei variabler Wandtemperatur durch. Diese zeigte einen verringerten Wärmeübergang zwischen Fluid und Arbeitsraumbegrenzung für Simulationen mit variabler Wandtemperatur, allerdings sei die Wandtemperaturschwankung bei gasförmigen Arbeitsmedien vernachlässigbar und nur für Arbeitsmedien mit flüssigen Anteilen von größerer Bedeutung. In Anlehnung an 0D-Modelle aus der Literatur wird  $T_{\text{Wand}}$  als arithmetische Mitteltemperatur zwischen den Temperaturen des Fluides auf der Ein- und der Auslassseite der Maschine angenommen [46].



**Abb. 4.3:** Radiale Temperaturprofile bei gleichzeitiger Verdichtung bzw. Expansion und Wärmeaustausch mit der Arbeitsraumbegrenzung. Dargestellt sind die Temperaturprofile für die Drehzahlen (a)  $2 \text{ min}^{-1}$  und (b)  $60 \text{ min}^{-1}$  bei verschiedenen Kurbelwinkeln in Grad einer Gasfeder mit Luft als Arbeitsmedium. - Eigene Darstellung nach [40, 47].

Wie in Abb. 4.3 dargestellt, zeigt das radiale Temperaturprofil vor allem bei hohen Drehzahlen starke Temperaturpeaks nahe der Zylinderwand. Der Zustand in Wandnähe kann somit kaum durch die nulldimensionale massengemittelte Temperatur widergespiegelt werden. Daher wird für die Berechnung des Wärmestroms zwischen dem Fluid und den Wänden anstelle eines zur nulldimensionalen Temperaturdifferenz proportionalen Ansatzes eine empirische Korrelation verwendet.

Die Erklärung für das radiale Temperaturprofil liefert die Überlagerung der Arbeitsübertragung und des Wärmeübergangs zwischen Wand und Fluid. Die folgende Erklärung anhand der Punkte A, A', B und B' in Abb. 4.3b orientiert sich an der Beschreibung von Lawton [47]. In Wandnähe wird die Fluidtemperatur durch die Wandtemperatur bestimmt, der Temperatúrausgleich innerhalb des Fluides unterliegt aber einer endlichen Zeit. Der mit der Druckaufprägung verbundene Temperaturanstieg von A und B zu A' und B' (siehe Abb. 4.3b) erfolgt für hohe Drehzahlen schneller als der Temperatúrausgleich im Fluid. Die massengemittelte Temperatur A' liegt zwar unterhalb der Wandtemperatur, der Temperaturgradient an der Wand verursacht dennoch aufgrund des oberhalb der Wandtemperatur liegenden Punkt B' ein Wärmeübergang von der Wand auf das Fluid. Bewegt sich der Kolben bei hohen Drehzahlen schnell, wird also schneller Arbeit übertragen, als Wärme an die Wand abgeführt werden kann. Die nulldimensionale Temperaturdifferenz und die Wärmeübertragung sind also phasenverschoben. Zur Beschreibung des Wärmeübergangs in Hubkolbenmaschinen anhand der nulldimensionalen Fluidtemperatur wird daher, wie von Simpson [48] beschrieben, auf empirische Korrelationen zurückgegriffen. Diese setzen bei aus Versuchen abgeleiteten Korrelationen für die Nusselt-Zahl  $Nu$  an. Die Nusselt-Zahl dient der Berechnung des Wärmübergangskoeffizienten für konvektive Wärmeübertragung. Lee [49] und später Kornhauser und Smith [50] formulierten mit komplexer Nusselt-Zahl eine Gleichung für den Wärmeübergang in Hubkolbenmaschinen:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{\text{Wand}}(t) = & -A_{\text{Wand}}(t) \cdot \frac{\lambda(t)}{D_h(t)} \\ & \cdot \left[ Nu_R(t) \cdot (T_{\text{Zyl}}(t) - T_{\text{Wand}}) + \frac{Nu_I(t)}{\omega} \cdot \frac{d(T_{\text{Zyl}}(t) - T_{\text{Wand}})}{dt} \right] \quad (4.19) \end{aligned}$$

Der Realteil der Nusselt-Zahl  $Nu_R$  berücksichtigt die aktuelle Temperaturdifferenz zwischen Fluid und Wand und der Imaginärteil  $Nu_I$  berücksichtigt die Phasenverschiebung über die zeitliche Ableitung der Fluid-Wand-Temperaturdifferenz. Lekic [51] leitete 2011 aus CFD-Simulationen von Gasfedern, also Hubkolbenzylinder ohne Ventile, und basierend auf den experimentell ermittelten Ergebnissen von Kornhauser und Smith eine komplexe Nusselt-Zahl ab, die die Realität noch besser annähert. Die im Folgenden als Lekic-Korrelation bezeichnete Wärmeübergangskorrelation findet bereits Anwendung in 0D-Simulationen von Hubkolbenmaschinen und wird auch in diesem Modell verwendet [39, 48].

Die komplexe Nusselt-Zahl ist nach Lekic [51] über die dimensionslose Peclet-Zahl  $Pe_\omega$  definiert:

$$Nu_R(t) = 1,33 \cdot Pe_\omega(t)^{0,56} + 5,36 \quad (4.20)$$

$$Nu_I(t) = 2,04 \cdot Pe_\omega(t)^{0,46} - 1,46 \quad (4.21)$$

Die Peclet-Zahl ist abhängig vom Verhältnis aus der Temperaturleitfähigkeit  $a$  des Fluides und der Winkelgeschwindigkeit der Hubkolbenmaschine, wodurch  $Pe_\omega$  die oben erklärte Phasenverschiebung des Wärmeübergangs gut abbilden kann, deren Ausmaß von genau diesem Verhältnis abhängt.  $Pe_\omega$  berücksichtigt mit dem hydraulischen Durchmesser  $D_h$  auch das Verhältnis des momentanen Arbeitsraumvolumens zur Wärmeübergangsfläche  $A_{Wand}$ :

$$Pe_\omega(t) = \frac{\omega \cdot D_h(t)^2}{4 \cdot a(t)} \quad (4.22)$$

$$D_h(t) = \frac{4 \cdot V_{Zyl}(t)}{A_{Wand}(t)} \quad (4.23)$$

Während des Ein- und Auslasses wird die offene Ventilfläche  $A_{frei,V}$  von  $A_{Wand}$  abgezogen:

$$A_{Wand}(t) = \begin{cases} A_K \cdot 2 + \pi \cdot D \cdot (l_{Tot} + l_s(t)) & \text{während Verdichtung} \\ & \text{und Rückexpansion} \\ A_K \cdot (1 + (1 - \frac{A_{frei,V}}{A_K})) & \text{während Ein- und} \\ + \pi \cdot D \cdot (l_{Tot} + l_s(t)) & \text{Auslass} \end{cases} \quad (4.24)$$

Die Temperaturleitfähigkeit  $a$  hängt von der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$ , der Dichte  $\rho_{Zyl}$  und der isobaren Wärmekapazität  $c_p$  des Fluides im Arbeitsraum ab.  $c_p$  wird den Stoffdaten entnommen:

$$a(t) = \frac{\lambda(t)}{\rho_{Zyl}(t) \cdot c_p(t)} \quad (4.25)$$

$$c_p(t) = c_p(T_{Zyl}(t), p_{Zyl}(t)) \quad (4.26)$$

Für die Wärmeleitfähigkeit des Ammoniak-Wasser-Gemisches sind allerdings keine Werte in Refprop 10.0 verfügbar. Nach Kærn wird die Wärmeleitfähigkeit aus den Reinstoffdaten und den Stoffmengenanteilen  $x$  des Ammoniak-Wasser-Gemischs interpoliert. Über 450 °C muss die Wärmeleitfähigkeit von Ammoniak extrapoliert werden. Eine lineare Annäherung bei einem konstantem Druck von 45 bar wird aufgrund

des höheren Einflusses der Temperatur und des annähernd linearen Verlaufs von  $\lambda_{\text{NH}_3}(T)$  in diesem Temperaturbereich gewählt. Zum Teil ist das Ammoniak-Wasser-Gemisch gasförmig, Wasser allein läge unter diesen Bedingungen jedoch flüssig vor. In diesem Fall wird  $\lambda_{\text{H}_2\text{O}}$  über den Sattedampfdruck bei vorliegender Temperatur bestimmt, da die Temperatur einen größeren Einfluss auf die Wärmeleitfähigkeit als der Druck hat [52]:

$$\lambda(t) = x_{\text{NH}_3} \cdot \lambda_{\text{NH}_3}(t) + x_{\text{H}_2\text{O}} \cdot \lambda_{\text{H}_2\text{O}}(t) \quad (4.27)$$

$$\lambda_{\text{NH}_3}(t) = \begin{cases} \lambda_{\text{NH}_3}(p_{\text{Zyl}}, T_{\text{Zyl}}) & T_{\text{Zyl}} \leq 450^\circ\text{C} \\ 85,155 \text{ mW m}^{-1} \text{ K}^{-1} + \frac{9,242 \text{ mW m}^{-1} \text{ K}^{-1}}{50^\circ\text{C}} \cdot T_{\text{Zyl}} - 400^\circ\text{C} & T_{\text{Zyl}} > 450^\circ\text{C} \end{cases} \quad (4.28)$$

$$\lambda_{\text{H}_2\text{O}}(t) = \begin{cases} \lambda_{\text{H}_2\text{O}}(p_{\text{Zyl}}, T_{\text{Zyl}}) & p_{\text{Sattedampf}} \geq p_{\text{Zyl}} \\ \lambda_{\text{H}_2\text{O}}(p_{\text{Sattedampf}}, T_{\text{Zyl}}) & p_{\text{Sattedampf}} < p_{\text{Zyl}} \end{cases} \quad (4.29)$$

Zur Berechnung des Wärmeübergangs wird außerdem die zeitliche Ableitung der Fluid-Wand-Temperaturdifferenz benötigt. Bei Annahme einer konstanten Wandtemperatur entspricht diese Ableitung der der Fluidtemperatur im Arbeitsraum:

$$\frac{d(T_{\text{Zyl}}(t) - T_{\text{Wand}})}{dt} = \frac{dT_{\text{Zyl}}(t)}{dt} \quad (4.30)$$

Diese wird bei der numerischen Lösung des Gleichungssystems aus den Temperaturdaten der letzten zurückliegenden Zeitpunkte bestimmt. Hierzu werden in den Phasen Verdichtung und Expansion die Werte der drei letzten zurückliegenden Zeitschritte nach der Methode der kleinsten Quadrate linear angenähert. Die so gewonnene Temperaturfunktion wird nach der Zeit abgeleitet. Aufgrund der numerisch bedingten kleinen Oszillationen der Temperatur während der Ein- und Auslassphase werden hier die letzten 15 Zeitschritte zur Annäherung des Verlaufs verwendet und damit eine Überschätzung der Temperaturableitung vermieden.

Während des Ein- und Auslasses findet keine Arbeitsübertragung zwischen Fluid und Maschine statt. Nach Sapin [39] wird der Imaginärteil der Nusselt-Zahl in diesen Phasen zu Null gesetzt.

### 4.2.3 Ein- und Auslassmassenströme

Für die Berechnung des Fluidstroms über die Ventile wird die Strömung über das Ventil als eindimensionale isentrope Strömung betrachtet. Das Ventil wird nach Bös-wirth [53] als durchströmter Einbau in einer Rohrströmung angenommen. Der Massenstrom wird über die Drücke stromaufwärts  $p_{\text{aufw}}$  und stromabwärts  $p_{\text{abw}}$  des Einbaus bestimmt:

$$\dot{m} = \frac{\rho_{\text{aufw}} \cdot A_K}{\sqrt{\zeta}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (p_{\text{aufw}} - p_{\text{abw}})}{\rho_{\text{aufw}}}} \quad (4.31)$$

Weiterhin wird in Gleichung 4.31 der Rohrquerschnitt miteinbezogen, der für das betrachtete Ventil die Kolbenoberfläche  $A_K$  ist. Der ebenfalls benötigte Druckverlustbeiwert  $\zeta = 19$  des Ventils wird der Literatur für die gegebene Ventilöffnungsfläche von 30 % der Kolbenfläche entnommen [40].

Unter der Annahme einer isentropen Strömung kann das Verhältnis zwischen der Druckdifferenz und der Dichte durch eine Enthalpiedifferenz ersetzt werden. Dieser Zusammenhang wird aus der Fundamentalgleichung der inneren Energie hergeleitet:

$$du = T \cdot \underbrace{ds}_{=0, \text{ isentrop}} - pdv \quad (4.32a)$$

$$du = -pdv \quad (4.32b)$$

Durch das Differenzieren der Gleichung für die Enthalpie  $h = u + pv$  folgt eine zweite Gleichung für die innere Energie:

$$du = dh - pdv - vdp \quad (4.32c)$$

Mittels Gleichsetzen und dem Zusammenhang zwischen der Dichte und dem spezifischen Volumen  $v$  folgt:

$$dh = vdp = \frac{dp}{\rho} \quad (4.32d)$$

Unter Vernachlässigung der Kompressibilität aufgrund des geringen Druckunterschiedes über das Ventil gilt also  $\Delta h = \frac{\Delta p}{\rho}$  für die isentrope Strömung. In Gleichung 4.31 eingesetzt ergibt sich für den Massenstrom:

$$\dot{m} = \frac{\rho_{\text{aufw}} \cdot A_K}{\sqrt{\zeta}} \cdot \sqrt{2 \cdot (h_{\text{aufw}} - h_{\text{abw}})} \quad (4.33)$$



Im Folgenden wird die für den Massenstrom über die Ventile hergeleitete Gleichung 4.33 über das Einlass- und das Auslassventil der Hubkolbenmaschine formuliert. In dieser Arbeit wird der Zustand vor dem Einlass bzw. nach dem Auslass mit den Indizes 1 bzw. 2 gekennzeichnet.

Nach Festlegen des Zustandes vor dem Einlassventil durch Druck  $p_1$  und Temperatur  $T_1$  gilt für den Einlassmassenstrom:

$$\dot{m}_{\text{ein,V}}(t) = \frac{\rho_1 \cdot A_K}{\sqrt{\zeta}} \cdot \sqrt{2 \cdot (h_1 - h_{\text{ein,V}}(t))} , \quad (4.34)$$

mit den Zustandsgrößen bei isentroper Strömung:

$$h_1 = h(p_1, T_1) \quad (4.35)$$

$$h_{\text{ein,V}}(t) = h(p_{\text{Zyl}}(t), s_1) \quad (4.36)$$

$$s_1 = s(p_1, T_1) \quad (4.37)$$

Für den Auslassmassenstrom folgt analog:

$$\dot{m}_{\text{aus,V}}(t) = \frac{\rho_{\text{Zyl}}(t) \cdot A_K}{\sqrt{\zeta}} \cdot \sqrt{2 \cdot (h_{\text{Zyl}}(t) - h_{\text{aus,V}}(t))} \quad (4.38)$$

$$\text{mit } h_{\text{aus,V}}(t) = h(p_2, s_{\text{Zyl}}(t)) \quad (4.39)$$

Wenn die entsprechenden Ventile nicht geöffnet sind, gilt für die Ein- und Auslassmassenströme  $\dot{m}_{\text{ein,V}}(t) = \dot{m}_{\text{aus,V}}(t) = 0$ . Die Zeit, die zum Öffnen und Schließen der Ventile benötigt wird, wird also vernachlässigt. Dies basiert auf den benötigten Zeiten der verwendeten Ventile, die von Howes als Mikrosekunden bzw. 4-5 Millisekunden zum vollständigen Öffnen bzw. Schließen angegeben werden und bei der späteren zeitlichen Diskretisierung des Problems einem sehr geringen Teil der berechneten Zeitschritte entsprechen [33].

#### 4.2.4 Ein- und Auslassenthalpieströme

Für die Berechnung der Terme der Energiebilanz werden die an die Massenströme gebundenen Enthalpieströme bestimmt, die die Grenzen des Kontrollvolumens schneiden. Der Einlassstrom schneidet die Grenze des Kontrollvolumens des Arbeitsraumes nach Durchströmen des Ventils, der Auslassstrom verlässt das Kontrollvolumen vor dem Ausströmen durch das Ventil. Sowohl die spezifische Enthalpie des Fluides als auch dessen kinetische Energie wird hier berücksichtigt. Die kinetische Energie des

Fluides hat allerdings nur einen sehr kleinen Einfluss auf den Enthalpiestrom, da sie deutlich kleiner ist als die spezifische Enthalpie des Fluides [12]. Die Werte für die spezifische Enthalpie werden der Stoffdatenbank entnommen, die Geschwindigkeit des Fluides wird über die Kontinuitätsgleichung hergeleitet.

Für den Einlassenthalpiestrom gilt:

$$\dot{H}_{\text{ein,V}}(t) = \dot{m}_{\text{ein,V}}(t) \cdot \left( h_{\text{ein,V}}(t) + \frac{c_{\text{ein,V}}(t)^2}{2} \right) \quad (4.40)$$

Aus der Annahme der isentropen Strömung über das Ventil folgt:

$$h_{\text{ein,V}}(t) = h(p_{\text{Zyl}}(t), s_1) \quad (4.41)$$

$$c_{\text{ein,V}} = \frac{\dot{m}_{\text{ein,V}}(t)}{\rho_{\text{ein,V}}(t) \cdot A_{\text{frei,V}}} \quad (4.42)$$

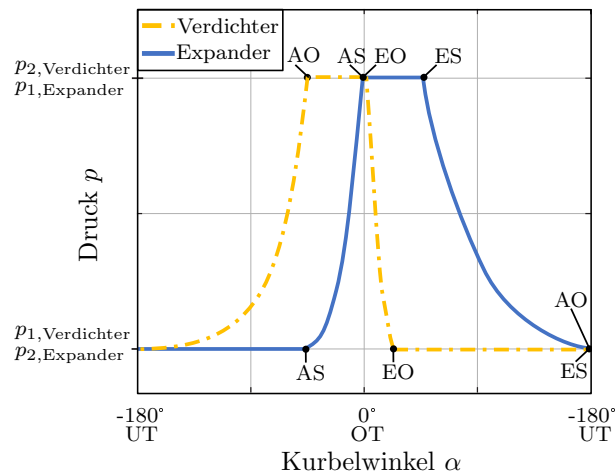
$$\rho_{\text{ein,V}}(t) = \rho(p_{\text{Zyl}}(t), s_1) \quad (4.43)$$

Für den Auslassenthalpiestrom gilt:

$$\dot{H}_{\text{aus,V}}(t) = \dot{m}_{\text{aus,V}}(t) \cdot \left( h_{\text{Zyl}}(t) + \frac{c_{\text{aus,V}}(t)^2}{2} \right) \quad (4.44)$$

$$\text{mit } c_{\text{aus,V}} = \frac{\dot{m}_{\text{aus,V}}(t)}{\rho_{\text{Zyl}}(t) \cdot A_{\text{frei,V}}} \quad (4.45)$$

#### 4.2.5 Zeitpunkte der Ventilbetätigung



**Abb. 4.4:** Druckverlauf und Kurbelwinkel der Ventilbetätigungen im Verdichter- und Expanderbetrieb der Hubkolbenmaschine. Dabei steht „AO“ bzw. „AS“ für das Öffnen bzw. das Schließen des Aulassventils. „EO“ bzw. „ES“ stellen den Öffnungs- und Schließzeitpunkt des Einlassventils dar. - Eigene Darstellung nach [15, 48].

Die vier Phasen des Arbeitsspiels der Hubkolbenmaschine werden durch die Ventilsteuerung eingeleitet und beendet. Dabei öffnen die Ventile bei Erreichen eines bestimmten Druckes im Arbeitsraum und schließen bei einer bestimmten Kolbenposition bzw. einem Kurbelwinkel (siehe Abb. 4.4). Die Kurbelwinkel, zu denen die Expanderventile geschlossen werden, sind im Vorhinein festzulegen. Zum Vermeiden von Verlusten durch Unter- und Überexpansion bzw. -kompression werden diese Kurbelwinkel optimalerweise so gewählt, dass die Druckbedingungen zum Öffnen erfüllt wird, wenn sich der Kolben im Totpunkt befindet.

Das in diesem Modell verwendete Ventil wird durch horizontales Verschieben einer Ventilplatte pneumatisch geöffnet. Es muss also keine Druckkraft zur Einleitung der Ventilplattenbewegung aufgewendet werden und das Ventil wird geöffnet, sobald ausschließlich der durch Strömungsreibung unvermeidbare Druckunterschied  $\Delta p_{\text{Verlust}}$  über das Ventil vorliegt.  $\Delta p_{\text{Verlust}}$  wird über den Druckverlustbeiwert des Ventils und der zum Zeitpunkt des Öffnens vorliegenden Kolbengeschwindigkeit berechnet, damit folgt für das Einlassventil (EV) und das Auslassventil (AV) [53]:

$$\Delta p_{\text{EV}}(t) = \zeta \frac{\rho_1}{2} \cdot c_K(t)^2 \quad (4.46)$$

$$\Delta p_{\text{AV}}(t) = \zeta \frac{\rho_{\text{Zyl}}(t)}{2} \cdot c_K(t)^2 \quad (4.47)$$

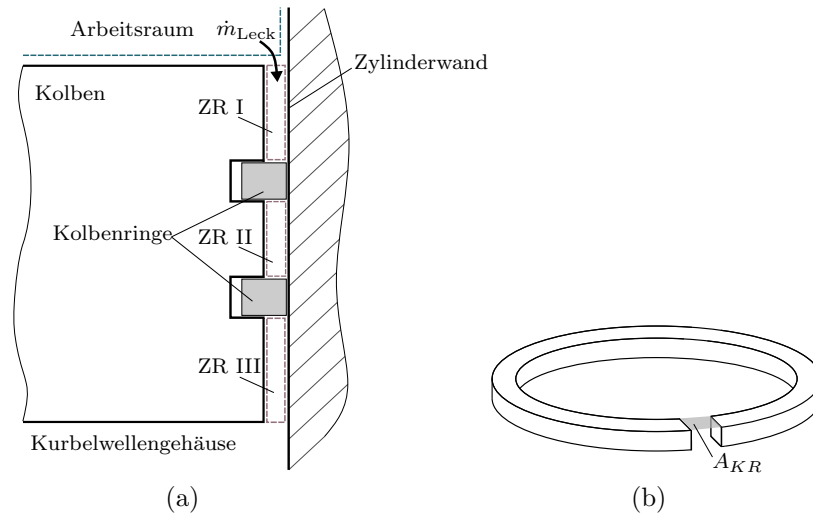
**Tab. 4.1:** Bedingungen zum Öffnen und Schließen der Ventile in Hubkolbenmaschinen.

Aktion	Einlassventil	Auslassventil
<b>Hubkolbenverdichter</b>		
<b>Öffnen</b>	In Phase Rückexpansion und $p_{\text{Zyl}}(t) \leq p_1 - \Delta p_{\text{EV}}(t)$ ,	In Phase Verdichtung und $p_{\text{Zyl}}(t) \geq p_2 + \Delta p_{\text{AV}}(t)$ ,
<b>Schließen</b>	In Phase Einlass bei Erreichen des UT mit Toleranz $\epsilon_{\text{Ventil}}$ zur Berücksichtigung endlicher Zeitschritte: $\cos(\alpha(t)) \leq -1 + \epsilon_{\text{Ventil}}$	In Phase Auslass bei Erreichen des OT mit Toleranz $\epsilon_{\text{Ventil}}$ zur Berücksichtigung endlicher Zeitschritte: $\cos(\alpha(t)) \geq 1 + \epsilon_{\text{Ventil}}$
<b>Hubkolbenexpander</b>		
<b>Öffnen</b>	In Phase Rückkompression und $p_{\text{Zyl}}(t) \geq p_1 + \Delta p_{\text{EV}}(t)$ , (Optimalerweise im OT)	In Phase Expansion und $p_{\text{Zyl}}(t) \leq p_2 - \Delta p_{\text{AV}}(t)$ , (Optimalerweise im UT)
<b>Schließen</b>	In Phase Einlass und bei Erreichen des Kurbelwinkels $\alpha_{\text{EV}}$ : $\cos(\alpha(t)) \leq \cos(\alpha_{\text{EV}})$	In Phase Auslass und bei Erreichen des Kurbelwinkels $\alpha_{\text{AV}}$ : $\cos(\alpha(t)) \geq \cos(\alpha_{\text{AV}})$

Die Bedingungen, auf dessen Erfüllung die entsprechende Ventilaktion folgt, sind für Hubkolbenverdichter bzw. -expander in Tab. 4.1 aufgeführt.

### 4.3 Gleichungssystem für die Massenleckage über die Kolbenringe

Der Leckagestrom über die Abdichtung des Arbeitsraumes mittels Kolbenringen wird über ein Untermodell berechnet. Der Massenleckagestrom wird als Schnittgröße an das Hauptmodell des Arbeitsraumes übergeben. Das in diesem Abschnitt vorgestellte Vorgehen zur Leckagestromberechnung orientiert sich an der Beschreibung des 0D-Modells eines Hubkolbenexpanders von Simpson et al. [48].



**Abb. 4.5:** Detaildarstellung des Kolbens zur Berechnung der Massenleckage über die Kolbenringe. Die Kontrollvolumina der Zwischenräume ober- und unterhalb der Kolbenringe zur Berechnung des Massenleckagestroms sind in (a) gestrichelt eingezeichnet. In (b) ist die Geometrie eines Kolbenringes mit geradem Stoß im eingebauten Zustand gezeigt. - Eigene Darstellung nach [48] und [24].

Drei Zwischenräume (ZR) zwischen Kolben und Zylinderwand werden als Speichersysteme modelliert. Die Begrenzungen der drei Kontrollvolumina durch die Kolbenober- und Kolbenunterseite sowie die Kolbenringe sind in Abbildung 4.5a dargestellt. ZR I liegt zwischen der Kolbenoberseite und dem ersten Kolbenring, ZR II ist der Raum zwischen den beiden Kolbenringen und ZR III befindet sich zwischen dem zweiten Kolbenring und der Unterseite des Kolbens.

Über eine Differentialgleichung wird die unbekannte Dichte  $\rho_{ZR II}$  bestimmt. Zur Temperatur in allen Zwischenräumen und zum Druck in ZR I und II werden die im

nächsten Absatz erläuterten Annahmen getroffen, sodass eine differentielle Größe zur Bestimmung der Zustände des Fluides in allen Zwischenräumen genügt. Der Massenaustausch zwischen den ZR durch die Kolbenringstöße (siehe Abbildung 4.5b) wird über Formeln für eindimensionale Strömungen berechnet. Über die Massenerhaltung und das konstante Volumen des ZR I wird schließlich der gesuchte Massenleakagestrom  $\dot{m}_{\text{Leck}}$  bestimmt.

Im Folgenden werden die Annahmen und das Vorgehen zur Leckagestromberechnung genauer beschrieben. Die Temperatur des Fluides in den Zwischenräumen I-III wird über die gesamte Zeit als gleich der konstanten Wandtemperatur angenommen. Die Annahme der konstanten Temperatur wird dadurch begründet, dass die Oberfläche zur Wärmeübertragung zwischen Wand und Fluid im Verhältnis zum Volumen der Zwischenräume sehr groß ist [48, 54]. In den ZR I und III werden zusätzlich Annahmen zum Druck getroffen. Die Strömung zwischen ZR I und angrenzendem Zylinderarbeitsraum wird nach Rakopoulos et al. [54] als ausgebildete laminare Couette-Strömung betrachtet und verursacht einen vernachlässigbaren Druckverlust. Aus diesem Grund wird als Druck  $p_{\text{ZR I}}$  im ZR I der Druck  $p_{\text{Zyl}}$  des angrenzenden Arbeitsraumes angenommen. Mit der gleichen Begründung wird der vorherrschende Druck  $p_{\text{ZR III}}$  im ZR III dem konstantem Druck  $p_{\text{Geh}}$  des angrenzenden Kurbelgehäuses gleichgesetzt.

Mit den getroffenen Annahmen und der Stoffdatenbank gilt also für die Zustandsgrößen in ZR I, ZR III und im Kurbelgehäuse:

$$T_{\text{ZR I}} = T_{\text{Wand}} \text{ und } p_{\text{ZR I}}(t) = p_{\text{Zyl}}(t) \quad (4.48)$$

$$z_{\text{ZR I}} = z(p_{\text{ZR I}}(t), T_{\text{ZR I}}) \text{ mit } z \in \{\rho, h, s\} \quad (4.49)$$

$$T_{\text{ZR III}} = T_{\text{Wand}} \text{ und } p_{\text{ZR III}} = p_{\text{Geh}} \quad (4.50)$$

$$z_{\text{ZR III}} = z(p_{\text{ZR III}}, T_{\text{ZR III}}) \text{ mit } z \in \{\rho, h, s\} \quad (4.51)$$

$$z_{\text{Geh}} = z(p_{\text{Geh}}, T_{\text{Geh}}) \text{ mit } z \in \{\rho, h, s\} \quad (4.52)$$

Zur Bestimmung des noch unbekannten Drucks  $p_{\text{ZR II}}$  wird eine Massenbilanz des ZR II aufgestellt. Die Gleichung wird nach der Dichte  $\rho_{\text{ZR II}}$  als differentielle Größe umgeformt, das ZR-Volumen  $V_{\text{ZR II}}$  ist konstant:

$$\frac{dm_{\text{ZR II}}(t)}{dt} = \dot{m}_{\text{I} \rightarrow \text{II}}(t) + \dot{m}_{\text{III} \rightarrow \text{II}}(t) \quad (4.53)$$

$$\frac{d\rho_{\text{ZR II}}(t)}{dt} = \frac{1}{V_{\text{ZR II}}} \cdot (\dot{m}_{\text{I} \rightarrow \text{II}}(t) + \dot{m}_{\text{III} \rightarrow \text{II}}(t)) \quad (4.54)$$

Die Zustandsgrößen des Fluides in ZR II werden der Stoffdatenbank entnommen:

$$z_{\text{ZR II}} = z(\rho_{\text{ZR II}}(t), T_{\text{ZR II}}) \text{ mit } z \in \{p, h, s\} \quad (4.55)$$

Zur Bestimmung der Dichte  $\rho_{\text{ZR II}}$  wird im Folgenden die Berechnung der Massenströme über die Grenzen des Kontrollvolumens ZR II vorgestellt. Die Strömung durch die Stöße der Kolbenringe wird als eindimensionale, isentrope und kompressible Düsenströmung berechnet [24]. Der erweiterte Bernoulli Ansatz wird zur Formulierung einer Gleichung für den Massenstrom verwendet. Die Irreversibilität der realen Strömung wird durch eine Durchflusszahl  $C_d$  berücksichtigt. Die Durchflusszahl wird für den jeweiligen Strömungsweg anhand einer für Verbrennungsmotoren entwickelten Gleichung bestimmt. [39, 54] Die Strömungsrichtung über die Kolbenringe wird von den vorherrschenden Drücken in den ZR bestimmt, der Massenstrom ist vom höheren zum geringeren Druck gerichtet. Die Strömungsrichtung wird durch eine Fallunterscheidung in der Gleichung des Massenstroms berücksichtigt:

$$\dot{m}_{\text{I} \rightarrow \text{II}}(t) = \begin{cases} \rho_{\text{ZR I}}(t) \cdot C_{\text{dI} \rightarrow \text{II}}(t) \cdot A_{\text{KR1}} \cdot \sqrt{2 \cdot \Delta h_{\text{I} \rightarrow \text{II}}} & \text{für } p_{\text{ZR I}}(t) \geq p_{\text{ZR II}}(t) \\ -\rho_{\text{ZR II}}(t) \cdot C_{\text{dII} \rightarrow \text{I}}(t) \cdot A_{\text{KR1}} \cdot \sqrt{2 \cdot \Delta h_{\text{II} \rightarrow \text{I}}} & \text{für } p_{\text{ZR I}}(t) < p_{\text{ZR II}}(t) \end{cases} \quad (4.56)$$

$$\text{mit } \Delta h_{\text{I} \rightarrow \text{II}} = h_{\text{ZR I}}(t) - h_{\text{KR1,ein}}(t)$$

$$\Delta h_{\text{II} \rightarrow \text{I}} = h_{\text{ZR II}}(t) - h_{\text{KR1,aus}}(t)$$

$$\dot{m}_{\text{III} \rightarrow \text{II}}(t) = \begin{cases} \rho_{\text{ZR III}}(t) \cdot C_{\text{dIII} \rightarrow \text{II}}(t) \cdot A_{\text{KR2}} \cdot \sqrt{2 \cdot \Delta h_{\text{III} \rightarrow \text{II}}} & \text{für } p_{\text{ZR III}} \geq p_{\text{ZR II}}(t) \\ -\rho_{\text{ZR II}}(t) \cdot C_{\text{dII} \rightarrow \text{III}}(t) \cdot A_{\text{KR2}} \cdot \sqrt{2 \cdot \Delta h_{\text{II} \rightarrow \text{III}}} & \text{für } p_{\text{ZR III}} < p_{\text{ZR II}}(t) \end{cases} \quad (4.57)$$

$$\text{mit } \Delta h_{\text{III} \rightarrow \text{II}} = h_{\text{ZR III}}(t) - h_{\text{KR2,ein}}(t)$$

$$\Delta h_{\text{II} \rightarrow \text{III}} = h_{\text{ZR II}}(t) - h_{\text{KR2,aus}}(t)$$

Die Durchflusszahlen werden gemäß der empirischen Gleichung von Rakopoulos et al. [54] bestimmt:

$$C_{\text{d}_{i \rightarrow j}}(t) = 0,85 - 0,25 \cdot \left( \frac{p_{\text{ZR } i}(t)}{p_{\text{ZR } j}(t)} \right)^2 \text{ mit } i, j \in \{\text{I, II, III}\} \quad (4.58)$$

Die benötigten Enthalpiedifferenzen setzen sich aus der Enthalpie des stromaufwärts liegenden ZR und der Enthalpie im isentrop durchströmten Querschnitt des Kolben-

ringstoßes  $A_{KR1}$  bzw.  $A_{KR2}$  zusammen:

$$h_{KR1,ein}(t) = h(p_{ZR\ II}(t), s_{ZR\ I}(t)) \quad (4.59)$$

$$h_{KR1,aus}(t) = h(p_{ZR\ I}(t), s_{ZR\ II}(t)) \quad (4.60)$$

$$h_{KR2,ein}(t) = h(p_{ZR\ II}(t), s_{ZR\ III}(t)) \quad (4.61)$$

$$h_{KR2,aus}(t) = h(p_{ZR\ III}(t), s_{ZR\ II}(t)) \quad (4.62)$$

Nachdem der Zustand in ZR II und die Ströme über die Grenzen dessen Kontrollvolumens bestimmt wurden, kann nun die Massenbilanz für den ZR I aufgestellt werden. Die Fluidmasse in ZR I wird analog zur Herleitung in den Gleichungen 4.53 - 4.54 durch die Fluidichte und das Volumen des ZR I ersetzt:

$$\frac{d\rho_{ZR\ I}}{dt} = \frac{1}{V_{ZR\ I}} \cdot (\dot{m}_{Zyl \rightarrow I}(t) - \dot{m}_{I \rightarrow II}(t)) \quad (4.63)$$

Gleichung 4.63 wird nicht als Differentialgleichung gelöst, sondern analog zur Bestimmung der zeitlichen Temperaturableitung in Kapitel 4.2.2 berechnet. Es wird eine Dichtefunktion  $\rho_{ZR\ I}(t) = f(t)$  aus zurückliegenden Zeitschritten der numerischen Berechnung linear angenähert. Diese Dichtefunktion wird nach der Zeit differenziert. Dabei ist anzumerken, dass die zeitliche Änderung von  $\rho_{ZR\ I}$  nach Gleichung 4.49 von der zeitlichen Änderung des Fluiddruckes im Zylinderarbeitsraum abhängt.

Die momentane Dichteänderung mit der Zeit wird in Gleichung 4.63 eingesetzt. Umstellen nach dem Massenstrom  $\dot{m}_{Zyl \rightarrow I}$  vom Arbeitsraum in ZR I ergibt:

$$\dot{m}_{Zyl \rightarrow I}(t) = \dot{m}_{I \rightarrow II}(t) + V_{ZR\ I} \cdot \frac{d\rho_{ZR\ I}}{dt} \quad (4.64)$$

Damit können der Massenleakagestrom und der mit diesem verbundene Enthalpiestrom aus dem Zylinderarbeitsraum bestimmt und in die Massenbilanz des Zylinderarbeitsraumes eingesetzt werden:

$$\dot{m}_{Leck}(t) = \dot{m}_{Zyl \rightarrow I}(t) \quad (4.65)$$

$$\dot{H}_{Leck}(t) = \dot{m}_{Leck}(t) \cdot h_{Zyl}(t) \quad (4.66)$$

## 4.4 Simulation der Hubkolbenmaschine im Verdichterbetrieb

### 4.4.1 Initiierung

Zur Lösung der Differentialgleichungen sind die Anfangswerte der differentiellen Variablen festzulegen. Diese werden aus den gewählten Anfangszuständen der Speichersysteme des Modells bestimmt. Zunächst wird mit  $\alpha(t_0) = -180^\circ$  festgelegt, dass die Simulation mit dem Kolben im unteren Totpunkt startet. Für den Anfangszustand des Fluides im Zylinderarbeitsraum wird daher der Zustand des Fluides vor dem Einlassventil gewählt, also ist im Verdichterbetrieb  $p_{Zyl}(t_0) = p_1$  und  $T_{Zyl}(t_0) = T_1$  (siehe Abb. 4.4). Der Anfangsdruck  $p_{ZR II}(t_0)$  im ZR II ist  $p_{Geh}$ .

Die Anfangswerte der Differentialgleichungen 4.3, 4.4 und 4.54 werden wie folgt berechnet:

$$m_{Zyl}(t_0) = \frac{\rho(p_{Zyl}(t_0), T_{Wand})}{V_{Zyl}(t_0)} \quad (4.67)$$

$$U_{Zyl}(t_0) = m_{Zyl}(t_0) \cdot u(p_{Zyl}(t_0), T_{Wand}) \quad (4.68)$$

$$\rho_{ZR II}(t_0) = \rho(p_{Geh}, T_{Wand}) \quad (4.69)$$

### 4.4.2 Numerisches Lösungsverfahren

Zur Lösung des in den Kapiteln 4.2 und 4.3 vorgestellten Gleichungssystems werden die Differentialgleichungen des Systems zunächst in Vektorform zu einer differentiellen Gleichung zusammengefasst:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t)) \text{ mit } \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \quad (4.70)$$

Dieses sogenannte Anfangswertproblem (AWP) wird numerisch gelöst. Für diese näherungsweise Berechnung wird das Intervall  $[t_0, t]$  in Zeitschritte unterteilt, deren Abstand voneinander durch die Schrittweite  $\hat{h}$  festgelegt ist. Zur Bestimmung von  $\mathbf{x}(t_{n+1})$  des nächsten Zeitschrittes aus dem aktuellen Zeitschritt  $\mathbf{x}(t_n)$  und Gleichung 4.70 gibt es eine Vielzahl numerischer Verfahren. In dieser Arbeit wird ein explizites Runge-Kutta (RK) Verfahren angewandt. Dieses berechnet den nächsten Schritt  $\mathbf{x}_{n+1}$  über mehrere Stützstellen  $\mathbf{k}_i$ , deren Anzahl der Stufenzahl  $\hat{s}$  des RK-Verfahrens entspricht. Allgemein lässt sich die Bestimmung der Näherungslösung für



$\mathbf{x}(t_{n+1})$  nach dem RK-Verfahren wie folgt formulieren [55]:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + \hat{h} \sum_{i=1}^s b_i \mathbf{k}_i \quad (4.71)$$

$$\text{mit } \mathbf{k}_i = \mathbf{f} \left( t_n + \hat{c}_i \hat{h}, \mathbf{x}_n + \hat{h} \sum_{j=1}^{\hat{s}} a_{ij} \mathbf{k}_j \right) \quad (4.72)$$

für  $i = 1, \dots, \hat{s}$  und  $a_{ij} = 0$  für  $j \geq i$

Die Koeffizienten der RK-Verfahren werden in Butcher-Tableaus aufgelistet. Die Koeffizienten des in dieser Arbeit verwendeten RK-Dormand-Prince-Verfahrens sind in Tab. A.5 im Anhang aufgeführt. Das gewählte RK-Dormand-Prince-Verfahren ist ein sechstufiges RK-Verfahren, das außerdem während der Berechnung die Schrittweiten anpasst [56]. Das bedeutet, dass das Intervall  $[t_0, t]$  nicht äquidistant unterteilt wird, sondern im Berechnungsprozess die Schrittweiten adaptiert werden. Somit können große Zeitschritte bei geringen Veränderungen von  $\mathbf{x}(t)$  zur Verringerung des Rechenaufwands und kleine Schritte bei starken Veränderungen zur Sicherstellung einer guten Näherungslösung gewählt werden.

Die Schrittweitensteuerung beruht im Dormand-Prince-Verfahren auf einem Vergleich zwischen dem lokalen Fehler und einem vorgegebenem maximalen Fehler. Der lokale Fehler wird über die Differenz zwischen den Ergebnissen für den nächsten Schritt bei Berechnung über zwei verschiedene Ordnungen bestimmt. Konkret bedeutet das, dass  $\mathbf{x}(t_{n+1})$  näherungsweise mit einer Genauigkeit 5. Ordnung ( $\mathbf{x}_{n+1}$ ) und mit einer Genauigkeit 4. Ordnung ( $\mathbf{x}_{n+1}^*$ ) bestimmt wird:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + \hat{h} \sum_{i=1}^6 b_i \mathbf{k}_i \text{ und Fehlerordnung } \mathcal{O}(\hat{h}^6) \quad (4.73)$$

$$\mathbf{x}_{n+1}^* = \mathbf{x}_n + \hat{h} \sum_{i=1}^6 b_i^* \mathbf{k}_i \text{ und Fehlerordnung } \mathcal{O}(\hat{h}^5) \quad (4.74)$$

Der Fehler ist dann die Differenz der Ergebnisse:

$$\hat{\mathbf{e}} = \mathbf{x}_{n+1} - \mathbf{x}_{n+1}^* \quad (4.75)$$

Da es sich beim betrachteten AWP um eine Vektorfunktion mit N Dimensionen handelt, wird der Fehler über eine euklidische Norm geprüft. Der vorgegebene maximale Fehler wird dabei für jede Dimension aus einem absoluten  $\varepsilon_{\text{abs}}$  und einem relativen

erlaubten Fehler  $\varepsilon_{\text{rel}}$  bestimmt.

$$\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{\hat{\varepsilon}_i}{\varepsilon_{\text{abs}} + |x_{n+1,i}| \cdot \varepsilon_{\text{rel}}} \right)^2} \leq 1 \quad (4.76)$$

Wird die Bedingung in Gleichung 4.76 nicht erfüllt, wird der Schritt noch einmal mit kleinerem  $\hat{h}$  wiederholt, dessen Größe von der Genauigkeitsordnung 5 der Bestimmung von  $\mathbf{x}_{n+1}$  abhängt:  $\hat{h}_0 = \hat{h}_1 \cdot \sqrt[5]{\frac{\hat{\varepsilon}_0}{\hat{\varepsilon}_1}}$ . Über diesen Zusammenhang wird ebenso die Erhöhung der Schrittweite bestimmt, falls der Fehler im aktuellen Schritt klein genug war.

#### 4.4.3 Programmablauf

Das 0D-Modell des Hubkolbenverdichters ist in der Programmiersprache Python implementiert. Zur Initiierung der Simulation werden die geometrischen Größen, die konstanten Zustandsgrößen und die Anfangswerte der differentiellen Variablen berechnet. Das RK-Dormand-Prince-Verfahren wird als Instanz der Klasse „RK45“ aus der Scipy Integrate Pythonbibliothek eingebunden.

Während der Simulation werden für jeden Zeitschritt der Zustand im Zylinderarbeitsraum und den Zwischenräumen zur Leckagestromberechnung bestimmt. Die Bedingungen zum Öffnen oder Schließen der Ventile werden abgefragt und bei Erfüllen einer solchen geht das Programm in die entsprechende nächste Phase über. Um einen möglichst exakten Zeitpunkt der Ventilöffnung zu erreichen, wird für die Verdichtersimulation ab  $p_{\text{Zyl}} \geq 0,98 \cdot p_{2,\text{Verdichter}}$  bzw.  $p_{\text{Zyl}} \leq 1,02 \cdot p_{1,\text{Verdichter}}$  bis zur Ventilöffnung eine kleinere maximale Schrittweite vorgegeben. Dies wird durch eine zweite Instanz der „RK45“-Klasse umgesetzt. Weiterhin wird für das Schließen der Verdichterventile bei  $\alpha = \pm 180^\circ$  bzw.  $\cos(\alpha) \pm 1$  eine Toleranz  $\epsilon_{\text{Ventil}} = 1 \cdot 10^{-5}$  eingeführt, da durch die endliche Schrittweiten  $\cos(\alpha) \pm 1$  nie exakt erfüllt würde.

Die Ableitungen der Temperatur  $T_{\text{Zyl}}(t)$  und der Dichte  $p_{\text{ZR II}}$  werden über die Funktionen „Polyfit“ und „Polyder“ der Numpy Bibliothek bestimmt.

Die momentanen Werte für  $p_{\text{Zyl}}$ ,  $T_{\text{Zyl}}$ ,  $h_{\text{Zyl}}$ ,  $s_{\text{Zyl}}$ ,  $m_{\text{Zyl}}$ ,  $m_{\text{ZR II}}$  werden bei Zyklusende mit denen des vorherigen Zyklus verglichen. Weichen alle dieser Größen um weniger als 0,1% vom Endwert des letzten Zyklus ab, wird der Betrieb der Hubkolbenmaschine als stationär gesehen und die Simulation nach zwei weiteren Zyklen gestoppt. Diese stationären Zyklen werden zur späteren Auswertung verwendet.

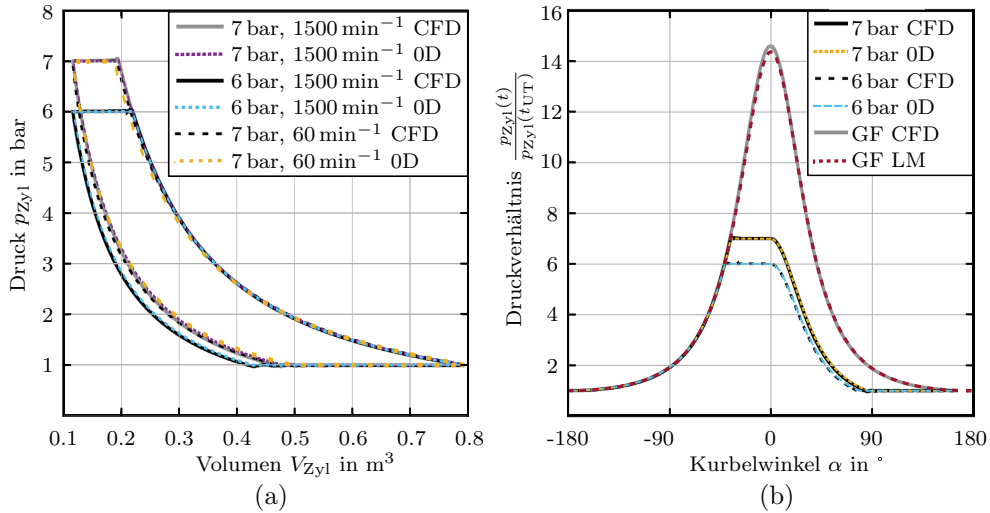
## 4.5 Modellvalidierung

Das Simulationsmodell des Hubkolbenverdichters wird anhand von Simulationsergebnissen und Experimenten aus der Literatur validiert. Dazu werden Simulationen mit und ohne Ventilbetätigung, also als Verdichter und als Gasfeder, durchgeführt.

Zunächst wird eine CFD-Simulation von Willich et al. [40, 43] zum Vergleich herangezogen. Diese wird aufgrund der übereinstimmenden verbauten Ventile zur Validierung ausgewählt. Massenleckage aus dem Zylinderarbeitsraum wird im CFD-Modell allerdings vernachlässigt. Daher werden zur Validierung der Leckageströme außerdem Vergleiche zu experimentell und mittels CFD-Simulation ermittelten Fluidruckverläufen in einer Gasfeder gezogen [57].

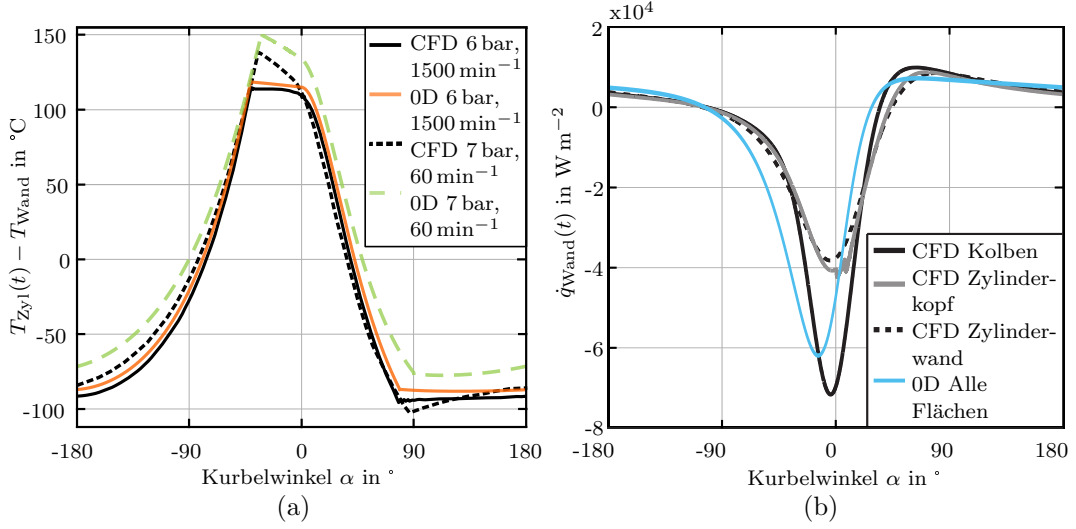
**Tab. 4.2:** Versuchsbedingungen und geometrische Größen des zur Modellvalidierung simulierten Verdichters nach Willich et al. [43]. Das Arbeitsfluid ist trockene Luft.

$p_1$ bar	$T_1$ °C	$p_2$ bar	$n$ $\text{min}^{-1}$	$T_{\text{Wand}}$ °C	$D$ mm	$\tilde{s}$ mm	$l_{\text{Tot}}$ mm	$l_s$ mm
1	26,85	7	1500	136,85	105	78	13,5	150
1	26,85	7	60	127,85	105	78	13,5	150
1	26,85	6	1500	124,85	105	78	13,5	150



**Abb. 4.6:** Ergebnisse eines CFD-Verdichtermodells (CFD) [43] und des 0D-Verdichtermodells (0D) für Simulationen (a) bei  $1500 \text{ min}^{-1}$  als Verdichter und als Gasfeder (GF) bei zwei verschiedenen Auslassdrücken im  $p, V$ -Diagramm. (b) Druckverläufe im Arbeitsraum aus Simulationen mit Ventilen bei zwei verschiedenen Drehzahlen und Auslassdrücken. - Eigene Darstellung.

Abb. 4.6 zeigt, dass die Zylinderdruckverläufe der 0D-Simulation unter den in Tab. 4.2 aufgeführten Versuchsbedingungen mit den Verläufen des CFD-Modells übereinstim-

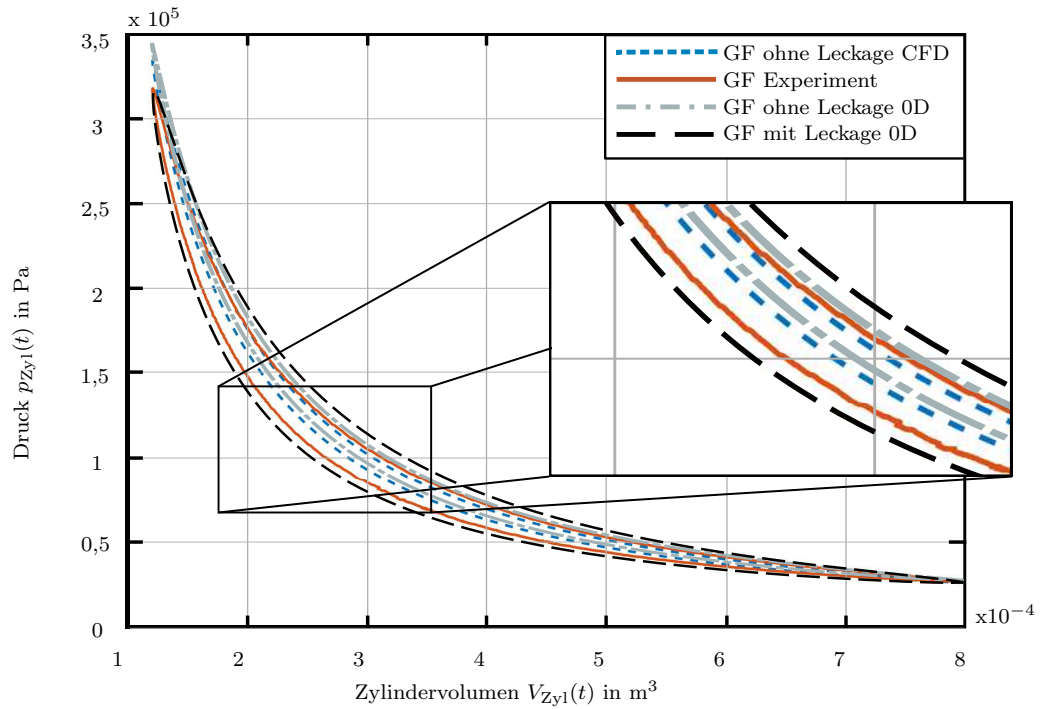


**Abb. 4.7:** Simulationsergebnisse eines CFD-Modells [43] und des 0D-Modells aufgetragen über dem Kurbelwinkel. (a) Fluid-Wand Temperaturdifferenzen  $T_{Zyl}(t) - T_{Wand}$  für Simulationen mit Ventilen bei zwei verschiedenen Auslassdrücken und Drehzahlen. (b) momentane Wärmestromdichte  $\dot{q}_{Wand}(t)$ , definiert als positiv bei Wärmeübergang von der Wand auf das Fluid, bei 1500  $\text{min}^{-1}$ . - Eigene Darstellung.

men. Auch die Fluidtemperaturverläufe der 0D-Verdichtersimulation in Abb. 4.7a geben die Ergebnisse der CFD-Simulation sehr gut wieder. Eine leichte Erhöhung der nulldimensionalen Temperatur wird festgestellt und mit der Berechnung der Wärmeübertragung zwischen Fluid und Wand über die Nutzung einer empirischen Korrelation erklärt, durch welche die Realität stärker vereinfacht wird als durch die CFD-Modellierung. Die verwendete Lecic-Korrelation wurde für sehr kleine Volumenverhältnisse bis  $\Phi = 6,5$  validiert, jedoch geben Mathie et al. [37] an, dass die komplexe Nusseltzahl zur Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten auch für größere Volumenverhältnisse genutzt werden kann. Prinzipiell wird die Phasenverschiebung und die Größenordnung der Wärmeübertragung durch die empirische Korrelation, wie in Abb. 4.7b gezeigt, allerdings gut erfasst.

**Tab. 4.3:** Versuchsbedingungen und Geometrie der zur Modellvalidierung simulierten Gasfeder nach Taleb et al. [57]. Der Anfangszustand wird aus der Fluidmasse  $m_{Zyl}(t = 0)$  des Stickstoffs in der Gasfeder bestimmt.

$m_{Zyl}(t = 0)$ kg	$n$ $\text{min}^{-1}$	$T_{Wand}$ $^{\circ}\text{C}$	$D$ mm	$\tilde{s}$ mm	$l_{Tot}$ mm	$l_s$ mm
$3,25 \cdot 10^{-4}$	109,34	16,85	105	78	14	148.5



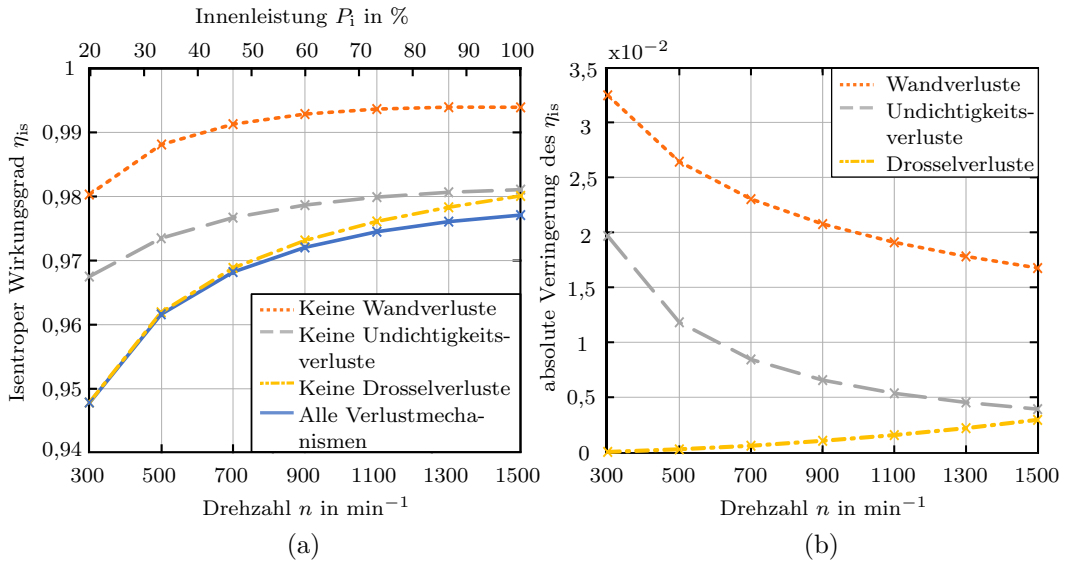
**Abb. 4.8:** Verläufe des Fluiddrucks in Gasfedern (GF) bei Berücksichtigung und Vernachlässigung von Massenleckage im  $p, V$ -Diagramm, ermittelt durch Experiment, CFD-Simulation (CFD) [57] und 0D-Simulation (0D).

In Abb. 4.8 sind ein experimentell, sowie ein mittels CFD-Simulation ermittelter Druckverlauf dargestellt. Daneben sind Druckverläufe einer 0D-Simulation unter Berücksichtigung und bei Vernachlässigung von Leckageströmen aufgetragen. Die Versuchsbedingungen sind in Tab. 4.3 angegeben. Der Flächeninhalt des Druckverlaufs im  $p, V$ -Diagramm ist für die 0D-Simulation unter Berücksichtigung der Undichtigkeitsverluste leicht größer als der des experimentellen Verlaufes. Da dieser die Verluste der Gasfeder widerspiegelt, schätzt das 0D-Modell die Undichtigkeitsverluste sogar konservativ ab. Der Flächeninhalt des 0D-Druckverlaufes ist insbesondere größer als der vom Druckverlauf der CFD-Simulation ohne Undichtigkeitsverluste eingeschlossene Flächeninhalt. Das 0D-Modell unterschätzt also, im Gegensatz zur CFD-Simulation, die Verluste in der Gasfeder nicht.

## 5 Auswertung der Simulationsergebnisse

Das 0D-Modell wird genutzt, um den Einfluss der verschiedenen Verlustmechanismen in Hubkolbenmaschinen auf den inneren isentropen Verdichterwirkungsgrad zu untersuchen. Dazu werden Simulationsversuche für Drehzahlen zwischen 300 und 1500 min<sup>-1</sup> unter Variation der Zylindergeometrie und der Ein- und Auslasszustände durchgeführt. Die Geometrien und Versuchsbedingungen sind in Tab. A.6 und Tab. A.7 aufgelistet. Der isentrope Verdichterwirkungsgrad wird gemäß den Gleichungen 2.5-2.9 berechnet:

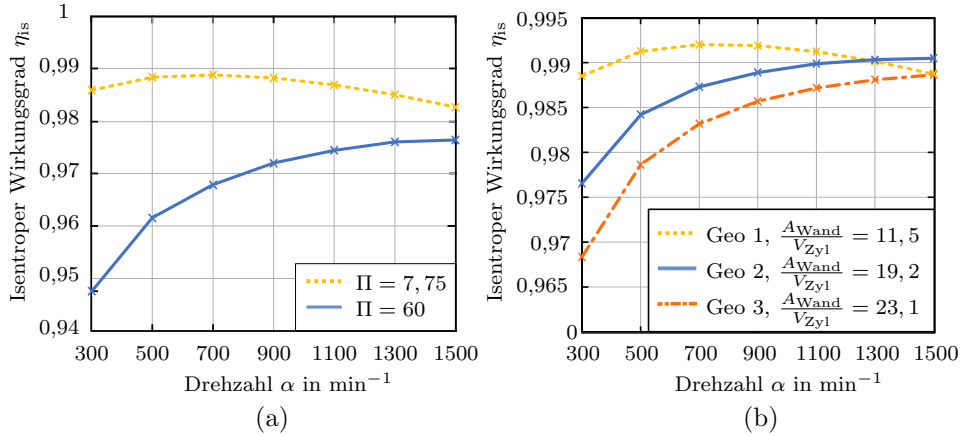
$$\eta_{is} = \frac{m_{aus,V} \cdot (h_{2,is} - h_1)}{-\oint_V p dV} \quad (5.1)$$



**Abb. 5.1:** (a) Einflüsse der Verlustmechanismen des 0D-Modells auf den isentropen Verdichterwirkungsgrad  $\eta_{is}$  bei verschiedenen Drehzahlen und bei Simulation mit allen und unter Vernachlässigung einzelner Verlustmechanismen (Versuche 1.1-1.4 in Tab. A.7). (b) Verringerung des isentropen Wirkungsgrades durch einzelne Verlustmechanismen des 0D-Modells bei verschiedenen Drehzahlen. - Eigene Darstellung.

In Abb. 5.1 sind die isentropen Wirkungsgrade des Hubkolbenverdichters bei Vernachlässigung einzelner Verlustmechanismen über der Drehzahl aufgetragen. Die Wandverluste haben den größten Einfluss auf  $\eta_{is}$ , darauf folgen die Undichtigkeitsverluste. Abb. 5.1b zeigt die mögliche Verbesserung des isentropen Wirkungsgrades durch Verringerung der einzelnen Verlustmechanismen. Aufgetragen ist die jeweilige Differenz zum Wirkungsgrad unter Berücksichtigung aller Verlustmechanismen. Es fällt auf, dass mit steigender Drehzahl der Einfluss der Wandverluste weniger stark sinkt als der der Undichtigkeitsverluste. Die geringere Zeit des Fluidaufenthaltes im Arbeitsraum verringert die Wand-Wärmeübertragung also geringer als die Massenleckage über die Kolbenringe. Die Druckverluste steigen mit der Drehzahl aufgrund

der höheren Kolbengeschwindigkeit. Damit steigt auch die Strömungsgeschwindigkeit durch die Ventile und die Druckverluste über diese. Aus Abb. 5.1a geht weiterhin der Erhalt des isentropen Wirkungsgrades unter Teillast für Hubkolbenmaschinen am Beispiel der Drehzahlregelung hervor. Wird die für  $n = 1500 \text{ min}^{-1}$  aufgebrachte Innenleistung von  $P_i = 2,21 \text{ MW}$  als Vollast gesehen, beträgt die Abnahme von  $\eta_{is}$  bis 50% der Innenleistung bei etwa  $n = 850 \text{ min}^{-1}$  nur 0,8%.



**Abb. 5.2:** Einflüsse (a) des Druckverhältnisses  $\Pi$  und (b) der Geometrie (Geo) des Zylinders auf den isentropen Verdichterwirkungsgrad bei Drehzahlen zwischen 300 und 1500  $\text{min}^{-1}$ . Die Verhältnisse aus Wandoberfläche zu Zylindervolumen beziehen sich auf  $\alpha = 180^\circ$ . Die Ergebnisse sind für die Versuche (a) 1.1 und 2.1 bzw. (b) 3.1 - 3.3 in Tab. A.7 dargestellt. - Eigene Darstellung.

Der Einfluss der Verlustmechanismen auf  $\eta_{is}$  variiert mit dem Betriebspunkt des Verdichters. In Abb. 5.2a sind die Verläufe des isentropen Wirkungsgrades für verschiedene Drehzahlen und Druckverhältnisse dargestellt. Geringere Druckverhältnisse bedeuten einen geringeren Temperaturhub und damit einen geringeren Einfluss der Wandverluste auf  $\eta_{is}$ . Dies wird in Abb. 5.2a durch die Abnahme von  $\eta_{is}$  zu hohen Drehzahlen deutlich. Die steigenden Druckverluste dominieren aufgrund des anteilig geringeren Einflusses der Wandverluste die Entwicklung des isentropen Wirkungsgrades.

Neben dem Druckverhältnis nimmt die Geometrie des Zylinderarbeitsraumes Einfluss auf den isentropen Wirkungsgrad.  $\eta_{is}$  ist für verschiedene Geometrien und Drehzahlen in Abb. 5.2b dargestellt. Mit steigendem Verhältnis  $\frac{A_{wand}}{V_{Zyl}}$  bei Kolben im unteren Totpunkt nimmt der Einfluss der Wandverluste auf den Verlauf des isentropen Wirkungsgrades zu. Je geringer das Verhältnis zwischen zur Wärmeübertragung zur Verfügung stehender Wandoberfläche und Arbeitsraumvolumen, desto weniger hängt  $\eta_{is}$  von den Wandverlusten ab und desto effizienter ist der Betrieb des Verdichters bei kleinen Drehzahlen.

Für die Konzeption des Hubkolbenverdichters in einer Rankine Carnot-Batterie wird aus diesen Erkenntnissen abgeleitet, dass die Reduktion der Wandverluste das höchste Potenzial zur Wirkungsgradoptimierung bergen. Dies könnte ausgehend von den positiven Effekten geringerer Druckverhältnisse auf  $\eta_{is}$  über eine mehrstufige Verdichtung umgesetzt werden. Erste Versuche zur Abschätzung des isentropen Wirkungsgrades bei einstufiger Verdichtung von 1,0135 bar auf 60 bar und zweistufiger Verdichtung mit dem Zwischenstufendruck 7,75 bar wurden durchgeführt. Bei zweistufiger Verdichtung ist auf die Anpassung der Geometrie der zweiten Stufe zur Kontinuität des Massenstroms zu achten. Die durchgeführten Versuche zeigen, dass je nach vorgegebener Leistung und Drehzahl der Wirkungsgradvergleich unterschiedlich ausfallen kann. Eine Tendenz zu höheren Wirkungsgraden für zweistufige Verdichtung bei kleineren Leistungen und Drehzahlen ist für die untersuchten Geometrien sichtbar (siehe Abb. A.3).



## 6 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Strömungs- und Verdrängungsmaschinen hinsichtlich eines Einsatzes in Carnot-Batterien verglichen. Die Vorteile der Verdrängungsmaschinen sind ihr gutes Teillastverhalten sowie die Möglichkeit zur Nutzung derselben Maschine als Arbeits- und Kraftmaschine. Nachteilig für den Einsatz in Carnot-Batterien ist der gegenüber Strömungsmaschinen erhöhte irreversible Wärmeübergang zwischen Fluid und Arbeitsraumbegrenzung. Weiterhin stellt die durch den Einsatz in einer Carnot-Batterie von der Verdrängungsmaschine geforderte Leistung im Megawattbereich eine Herausforderung dar. Dies kann durch einen modularen Speicheraufbau gelöst werden, in welchem, zur Anpassung an den momentanen Strommarkt, Module zu- oder abgeschaltet werden. Dieses Konzept ist für Strömungsmaschinen aufgrund von verringerten Wirkungsgraden unter Teillast oder bei geringer Vollastleistung nicht umsetzbar. Damit kann die Carnot-Batterie durch den Einsatz von Verdrängungsmaschinen in großen Leistungsbereichen bei guten Wirkungsgraden betrieben werden.

Für eine vorgegebene Rankine Carnot-Batterie wurde unter Betrachtung der Einsatzbereiche verschiedener Bauarten die Hubkolbenmaschine als geeignetste Verdrängungsmaschine ausgewählt. Zur Anpassung an die Betriebsparameter und zur Beschränkung der Verluste wurde eine trockenlaufende Hubkolbenmaschine mit pneumatisch betätigten Ventilen und großer Ventilöffnungsfläche vorgeschlagen.

Darüber hinaus wurden die Vorgänge in der Hubkolbenmaschine unter Berücksichtigung von Druckverlusten, Undichtigkeitsverlusten und Wandverlusten als Folge irreversibler Wärmeübertragung genauer betrachtet. Hierzu wurde im Rahmen dieser Arbeit ein nulldimensionales Simulationsmodell für den Verdichterbetrieb der Hubkolbenmaschine entwickelt und validiert.

Anhand von Simulationsversuchen wurde das gute Teillastverhalten des Hubkolbenverdichters am Beispiel einer Drehzahlregelung gezeigt. Die Wandverluste wurden als größter Einflussfaktor auf den isentropen Wirkungsgrad des Hubkolbenverdichters identifiziert. Diese nehmen zu höheren Drehzahlen, zu größeren Verhältnissen zwischen Zylindervolumen und Wandoberfläche sowie zu kleineren Druckverhältnissen ab. Basierend auf diesen Feststellungen können unter Variation der Geometrie des Zylinders, der Stufenzahl und Art der Regelung weitere Simulationsversuche durchgeführt werden. Anhand dieser Versuche und einer Analyse des Wirkungsgrades im Expanderbetrieb kann ein optimales Maschinendesign für die Hubkolbenmaschine in der Rankine Carnot-Batterie entwickelt werden.

# Literaturverzeichnis

- [1] Thibaut Esence, Arnaud Bruch, Sophie Molina, Benoit Stutz, und Jean-Francois Fourmigue. A review on experience feedback and numerical modeling of packed-bed thermal energy storage systems. *Solar Energy*, 153:628–654, 2017. doi: 10.1016/j.solener.2017.03.032.
- [2] Wolf-Dieter Steinmann, Henning Jockenhöfer, und Dan Bauer. Thermodynamic analysis of high-temperature carnot battery concepts. *Energy Technology*, 2019. doi: 10.1002/ente.201900895.
- [3] Olivier Dumont, Guido Francesco Frate, Aditya Pillai, Steven Lecompte, Michel De paepe, und Vincent Lemort. Carnot battery technology: A state-of-the-art review. *Journal of Energy Storage*, 32:101756, 2020. doi: 10.1016/j.est.2020.101756.
- [4] Joshua D. McTigue, Alexander J. White, und Christos N. Markides. Parametric studies and optimisation of pumped thermal electricity storage. *Applied Energy*, 137:800 – 811, 2015. doi: 10.1016/j.apenergy.2014.08.039.
- [5] Miles Abarr, Brendan Geels, Jean Hertzberg, und Lupita D. Montoya. Pumped thermal energy storage and bottoming system part a: Concept and model. *Energy*, 120:320 – 331, 2017. doi: 10.1016/j.energy.2016.11.089.
- [6] Alexander White, Geoff Parks, und Christos N. Markides. Thermodynamic analysis of pumped thermal electricity storage. *Applied Thermal Engineering*, 53:291 – 298, 2013. doi: 10.1016/j.applthermaleng.2012.03.030.
- [7] Alberto Benato und Anna Stoppato. Pumped thermal electricity storage: A technology overview. *Thermal Science and Engineering Progress*, 6:301–315, 2018. doi: 10.1016/j.tsep.2018.01.017.
- [8] Guido Francesco Frate, Lorenzo Ferrari, und Umberto Desideri. Rankine carnot batteries with the integration of thermal energy sources: A review. *Energies*, 13, 09 2020. doi: 10.3390/en13184766.
- [9] Robert B. Laughlin. Pumped thermal grid storage with heat exchange. *Journal of Renewable and Sustainable Energy*, 2017. doi: 10.1063/1.4994054.
- [10] F. Maguerre. *Verfahren zur Aufspeicherung von Energie*. Patentschrift Nr.388122, 1922.
- [11] Peter Stephan, Karlheinz Schaber, Karl Stephan, und Franz Mayinger. *Thermodynamik. Grundlagen und technische Anwendungen Band 1: Einstoffsysteme*, Band 19. Springer Vieweg, 2013. doi: 10.1007/978-3-642-30098-1.

- [12] Gernot Weber. *Strömungs- und Kolbenmaschinen im Anlagenbau*. Springer Vieweg, 2019. doi: 10.1007/978-3-658-24112-4.
- [13] Mehmet Mercangöz, Jaroslav Hemrle, Lilian Kaufmann, Andreas Z'Graggen, und Christian Ohler. Electrothermal energy storage with transcritical co2 cycles. *Energy*, 45(1):407 – 415, 2012. doi: 10.1016/j.energy.2012.03.013. The 24th International Conference on Efficiency, Cost, Optimization, Simulation and Environmental Impact of Energy, ECOS 2011.
- [14] T. Desrues, J. Ruer, P. Marty, und J.F. Fourmigué. A thermal energy storage process for large scale electric applications. *Applied Thermal Engineering*, 30(5):425 – 432, 2010. doi: 10.1016/j.applthermaleng.2009.10.002.
- [15] Jonathan Howes. Concept and development of a pumped heat electricity storage device. *Proceedings of the IEEE*, 100, 2012.
- [16] Juncheng Guo, Ling Cai, Jincan Chen, und Yinghui Zhou. Performance evaluation and parametric choice criteria of a brayton pumped thermal electricity storage system. *Energy*, 113:693 – 701, 2016. doi: 10.1016/j.energy.2016.07.080.
- [17] W. D. Steinmann. The chest (compressed heat energy storage) concept for facility scale thermo mechanical energy storage. *Energy*, 69:543–552, 2014. doi: 10.1016/j.energy.2014.03.049.
- [18] Fadhel Ayachi, Nicolas Tauveron, Thomas Tartière, Stéphane Colasson, und Denis Nguyen. Thermo-electric energy storage involving co2 transcritical cycles and ground heat storage. *Applied Thermal Engineering*, 108:1418 – 1428, 2016. doi: 10.1016/j.applthermaleng.2016.07.063.
- [19] Matteo Morandin, François Maréchal, Mehmet Mercangöz, und Florian Buchter. Conceptual design of a thermo-electrical energy storage system based on heat integration of thermodynamic cycles – part a: Methodology and base case. *Energy*, 45(1):375 – 385, 2012. doi: 10.1016/j.energy.2012.03.031. The 24th International Conference on Efficiency, Cost, Optimization, Simulation and Environmental Impact of Energy, ECOS 2011.
- [20] Olivier Dumont, Andres Reyes, und Vincent Lemort. Modelling of a thermally integrated carnotbattery using a reversible heat pump/organic rankine cycle. In *The 33rd International Conference on Efficiency, Cost, Optimization, Simulation and Environmental Impact of Energy Systems*, Osaka, Japan, July 2020.

- [21] G. Frate, M. Antonelli, und U. Desideri. A novel pumped thermal electricity storage (ptes) system with thermal integration. *Applied Thermal Engineering*, 121, July 2017. doi: 10.1016/j.applthermaleng.2017.04.127.
- [22] Daniel Steger, Christoph Regensburger, Bernd Eppinger, Stefan Will, Jürgen Karl, und Eberhard Schlücker. Design aspects of a reversible heat pump - organic rankine cycle pilot plant for energy storage. *Energy*, 208:118216, 2020. doi: 10.1016/j.energy.2020.118216.
- [23] Miles Abarr, Jean Hertzberg, und Lupita D. Montoya. Pumped thermal energy storage and bottoming system part b: Sensitivity analysis and baseline performance. *Energy*, 119:601 – 611, 2017. doi: 10.1016/j.energy.2016.11.028.
- [24] Wolfgang Eifler, Eberhard Schlücker, Ulrich Spicher, und Gotthard Will. *Küttner Kolbenmaschinen*, Band 7. Vieweg + Teubner, 2009. doi: 10.1007/978-3-8348-9302-4.
- [25] Alfred Böge. *Vieweg Handbuch Maschinenbau*, Band 18, chapter Verdichter, Seiten 904 – 912. Vieweg+Teubner, 2007. doi: 10.1007/978-3-8348-9092-4\_65.
- [26] Andreas Bauer, Robert Marmilic, und Stefan Rofka. *Stationäre Gasturbinen*, Band 3, chapter Stationäres Betriebsverhalten, Seiten 597–612. Springer Vieweg, 2019. doi: 10.1007/978-3-662-56134-8.
- [27] G. Grabow. Optimalbereiche von fluidenergiemaschinen-pumpen und verdichter. *Forschung im Ingenieurwesen*, 67, 2002. doi: 10.1007/S10010-002-0084-1.
- [28] Olivier Dumont. *Investigation of a heat pump reversible in an organic Rankine cycle and its application in the building sector*. PhD thesis, Universite de Liege, Belgium, 2017.
- [29] V. Lemort und A. Legros. Positive displacement expanders for organic rankine cycle systems. In *Organic Rankine Cycle (ORC) Power Systems*. Woodhead Publishing, 2017. doi: 10.1016/B978-0-08-100510-1.00012-0.
- [30] H. Tschöke und H. Hölz. *Dubbel*, Band 24, chapter Kompressoren, Verdichter, Seiten P27–P47. Springer-Verlag, 2014. doi: 10.1007/978-3-642-38891-0\_96.
- [31] Dawei Wu und Anthony P. Roskilly. Design and parametric analysis of linear joule-cycle engine with out-of-cylinder combustion. *Energy Procedia*, 61:1111–1114, 2014. doi: 10.1016/j.egypro.2014.11.1034.

- [32] Sebastian Staub, Peter Bazan, Konstantinos Braimakis, Dominik Müller, Christoph Regensburger, Daniel Scharrer, Bernd Schmitt, Daniel Steger, Reinhard German, Sotirios Karellas, Marco Pruckner, Eberhard Schlücker, Stefan Will, und Jürgen Karl. Reversible heat pump–organic rankine cycle systems for the storage of renewable electricity. *Energies*, 11(6), 2018. doi: 10.3390/en11061352.
- [33] Jonathan Sebastian Howes und James MacNaghten. *Energy storage*. US Patent, February 2014. URL: <https://patents.google.com/patent/US8656712/en>. US Patent 8,656,712.
- [34] Wolf-Dieter Steinmann. Thermo-mechanical concepts for bulk energy storage. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 75:205 – 219, 2017. doi: 10.1016/j.rser.2016.10.065.
- [35] S. Pischinger und K. Hoff. *Kolbenarbeitsmaschinen*. Vorlesungsumdruck, 2010.
- [36] Liu Zhan und Zhenya Duan. Development of a transient gas dynamic model for the simulation of pulsation in reciprocating compressor piping systems. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E: Journal of Process Mechanical Engineering*, 232(6):685–695, 2018. doi: 10.1177/0954408917737586.
- [37] Richard Mathie, Christos N. Markides, und Alexander J. White. A framework for the analysis of thermal losses in reciprocating compressors and expanders. *Heat Transfer Engineering*, 35(16-17):1435–1449, 2014. doi: 10.1080/01457632.2014.889460.
- [38] Gustav Niemann, Hans Winter, Bernd-Robert Höhn, und Karsten Stahl. *Dichtsysteme*, Seiten 571–588. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2019. doi: 10.1007/978-3-662-55482-1\_19.
- [39] P. Sapin, M. Simpson, A. J. White, und C. N. Markides. Lumped dynamic analysis and design of a high-performance reciprocating-piston expander. In *30th International Conference on Efficiency, Cost, Optimisation, Simulation and Environmental Impact of Energy Systems*. Engineering and Physical Science Research Council (EPSRC), 2017.
- [40] Caroline Willich, Christos N. Markides, und Alexander J. White. An investigation of heat transfer losses in reciprocating devices. *Applied Thermal Engineering*, Seiten 903–913, 2017. doi: 10.1016/j.applthermaleng.2016.09.136.
- [41] Hans Dieter Baehr und Stephan Kabelac. *Thermodynamik der Wärmekraftanlagen*, Seiten 527–571. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2016. doi: 10.1007/978-3-662-49568-1\_8.

- [42] E. W. Lemmon, , Ian H. Bell, M. L. Huber, und M. O. McLinden. *NIST Standard Reference Database 23: Reference Fluid Thermodynamic and Transport Properties-REFPROP, Version 10.0, National Institute of Standards and Technology*, 2018. URL: <https://www.nist.gov/srd/refprop>.
- [43] C. Willich und A.J. White. Heat transfer losses in reciprocating compressors with valve actuation for energy storage applications. *Journal of Energy Storage*, 14:322–328, 2017. doi: 10.1016/j.est.2017.07.024.
- [44] Ian H. Bell, Davide Ziviani, Vincent Lemort, Craig R. Bradshaw, Margaret Mathison, W. Travis Horton, James E. Braun, und Eckhard A. Groll. Pdsim: A general quasi-steady modeling approach for positive displacement compressors and expanders. *International Journal of Refrigeration*, 110:310 – 322, 2020. doi: 10.1016/j.ijrefrig.2019.09.002.
- [45] Aly I. Taleb, Paul Sapin, Christoph Barfuß, Drazen Fabris, und Christos N. Markides. CFD analysis of thermally induced thermodynamic losses in the reciprocating compression and expansion of real gases. *Journal of Physics: Conference Series*, 821:012016, mar 2017. doi: 10.1088/1742-6596/821/1/012016.
- [46] Wei He, Jihong Wang, Yang Wang, Yulong Ding, Haisheng Chen, Yuting Wu, und Seamus Garvey. Study of cycle-to-cycle dynamic characteristics of adiabatic compressed air energy storage using packed bed thermal energy storage. *Energy*, 141:2120 – 2134, 2017. doi: 10.1016/j.energy.2017.11.016.
- [47] B Lawton. Effect of compression and expansion on instantaneous heat transfer in reciprocating internal combustion engines. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Power and Process Engineering*, 201(3):175–186, 1987. doi: 10.1243/PIME\PROC\1987\201\022\02.
- [48] M. Simpson, G. Rotolo, P. Sapin, P. De Palma, A. J. White, und C. N. Markides. Thermodynamic performance maps of reciprocating-piston expanders for operation at off-design and part-load conditions. In *13th International Conference on Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics*, Slovenia, 2017.
- [49] K. P. Lee. A simplistic model of cyclic heat transfer phenomena in closed spaces. In *IECEC '83; Proceedings of the Eighteenth Intersociety Energy Conversion Engineering Conference, Volume 1*, Band 2, Seiten 720–723, January 1983.
- [50] A. Kornhauser und J. L. Smith. Application of a complex nusselt number to heat transfer during compression and expansion. *Journal of Heat Transfer-transactions of The Asme*, 116:536–542, 1994.

- [51] Uroš Lekić. *Fluid Flow and Heat Transfer in a Helium Gas Spring*. PhD thesis, University of Twente, 2011. ISBN 978-90-365-3271-6.
- [52] Martin Ryhl Kærn, Anish Modi, Jonas Kjær Jensen, und Frederik Haglind. An assessment of transport property estimation methods for ammonia–water mixtures and their influence on heat exchanger size. *International Journal of Thermophysics*, 36(7):1468–1497, 2015. doi: 10.1007/s10765-015-1857-8.
- [53] Leopold Böswirth und Sabine Bschorer. *Rohrströmung und Druckverlust*, Seiten 175–214. Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden, 2012. doi: 10.1007/978-3-8348-8647-7\_8.
- [54] C.D. Rakopoulos, G.M. Kosmadakis, A.M. Dimaratos, und E.G. Pariotis. Investigating the effect of crevice flow on internal combustion engines using a new simple crevice model implemented in a cfd code. *Applied Energy*, 88(1):111 – 126, 2011. doi: 10.1016/j.apenergy.2010.07.012.
- [55] Christian Karpfinger. *Höhere Mathematik in Rezepten*, Band 3. Springer Spektrum, 2017. doi: 10.1007/978-3-662-54809-7.
- [56] John Charles Butcher. *Numerical Methods for Ordinary Differential Equations*. John Wiley and Sons, Ltd., Auckland, New Zealand, 2. Auflage, 2008.
- [57] A. Taleb, P. Sapin, C. Barfuss, A. J. White, D. Fabris, und C. N. Markides. Wall temperature and system mass effects in a reciprocating gas spring. In *Proceedings of the 29th International Conference on Efficiency, Cost, Optimisation, Simulation and Environmental Impact of Energy Systems (ECOS)*, 2016.
- [58] M. L. Frenkel. *Kolbenverdichter*, Band 4. VEB-Verlag Technik, 1969.
- [59] J.R. Dormand und P.J. Prince. A family of embedded runge-kutta formulae. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 6(1):19 – 26, 1980. doi: 10.1016/0771-050X(80)90013-3.

# A Anhang

## A.1 Anhang zu Kapitel 2

**Tab. A.1:** Übersicht der in der Literatur erwähnten Carnot-Batterien, geordnet nach den zugrundeliegenden Zyklen Brayton- oder Rankine-Zyklus. Rankine Systeme sind unterteilt in transkritische und unterkritische Rankine-Systeme. Neben Arbeitsmedium und Speichern sind die geschätzten erreichbaren Wirkungsgrade, die Verwendung von Strömungsmaschinen (SM) oder Kolbenmaschinen (KM) sowie die Nennleistung der Carnot-Batterien aufgelistet.

Zyklus	Autor	Jahr	Arbeitsfluid	Heißspeicher	Kaltspeicher	Geschätzter Wirkungsgrad	Maschinenart	Leistung
Brayton	Desrués [14]	2010	Argon	Kiesbett 1000 °C	Kiesbett −70 °C	66,7%	SM	100 MW
Brayton	Howes [15]	2012	Argon	Kiesbett 500 °C	Kiesbett −166 °C	72%	VM	2 MW
Brayton	White [6]	2013	Argon	Kiesbett 500 °C	Kiesbett −150 °C	0,8% bzw. 0,9%	SM bzw. VM	freier Parameter
Brayton	Guo [16]	2016	ideales Gas	Variabel	Umgebung	15 - 40 %	SM	nicht angegeben
Brayton	Laughlin [9]	2017	Argon	Salzschmelze 558 °C	n-Hexan −61 °C	72%	SM	250 MW
Rankine (transkrit.)	Mercangöz [13]	2012	CO <sub>2</sub>	Eis (Latent)	Wasser 123 °C	53-65%	SM	1 - 50 MW
Rankine (transkrit.)	Morandin [19]	2012	CO <sub>2</sub>	Salzwasser −21 °C	Wasser 177 °C	60%	SM	>1 MW
Rankine (transkrit.)	Ayachi [18]	2016	CO <sub>2</sub>	geothermischer Speicher	Eis (Latent)	42,5 - 55,5%	SM	1 - 10 MW
Rankine (unterkrit.)	Abarr [5]	2017	NH <sub>3</sub>	Beton 397 °C	Umgebung	51 - 66%	VM	16,7 MW
Rankine (transkrit.)	Frate [21]	2017	R1233zd	Latentspeicher bei 110 °C	Latentspeicher bei −15 °C	130% (Abwärmenutzung)	nicht angegeben	nicht angegeben
Rankine (unterkrit.)	Steinmann [17]	2014	Wasser	Latentspeicher bei 400 °C	Umgebung	72,8	SM	5 - 100 MW

Fortsetzung auf der nächsten Seite



**Tab. A.1:** Fortsetzung.

Zyklus	Autor	Jahr	Arbeits- fluid	Heißspeicher	Kaltspeicher	Geschätz- ter Wir- kungs- grad	Maschin- enart	Leistung
Rankine (unter- krit.)	Dumont [20]	2020	R1233zd	Latentspeicher bei 85 °C	Luft bei 15 °C	60% (Abwär- menut- zung)	VM	3,5 kW
Rankine (unter- krit.)	Steger [22]	2020	R1233zd	Wasser bei 90 - 100 °C	Umgebung	59% (Abwär- menut- zung)	VM	15 kW

**Tab. A.2:** Gegenüberstellung der Eigenschaften von Strömungs- und Verdrängungsmaschinen.  
Vergleich von verschiedenen Eigenschaften und Verhalten bei Betriebsparametern. [24, 25]

Verglichene Eigen- schaft	Verdrängungsmaschine	Strömungsmaschine
Abhängigkeit des Druckverhältnisses:	Unabhängig von Drehzahl und Maschinengröße.	Erhöhung von Maschinengröße und / oder Drehzahl zur Erhö- hung des Druckverhältnisses.
Stufenzahl bei ge- gebenem Druckver- hältnis:	Geringe Stufenzahl.	Höhere Stufenzahl.
Abhängigkeit des Förderstroms:	Abhängig von der Größe des Arbeitsraumes und der Dreh- zahl.	Abhängig von der Maschinen- dimensionierung und der Dreh- zahl.
Bauaufwand für höheren Durchsatz:	Stark steigend (parallele Ar- beitsräume). [6]	Moderat steigend (Erhöhung der Maschinenabmaße).

Fortsetzung auf der nächsten Seite

**Tab. A.2:** Fortsetzung.

<b>Verglichene Eigenschaft</b>	<b>Verdrängungsmaschine</b>	<b>Strömungsmaschine</b>
Kleine Förderströme und Leistungen:	Mit gutem Wirkungsgrad möglich.	Ungeeignet: Schlechter Wirkungsgrad, Begrenzung durch Pumpgrenze, Spezifische Kosten steigen stark unter 1 MW. Bessere Wirkungsgrade ab 5 - 10 MW. [17]
Dosierbarkeit des Förderstroms:	Großes Spiel.	Kleiner Stabilitätsbereich durch steile Kennlinien, Pumpgrenze in Verdichtern.
Teillastverhalten:	Großer Volumenstrom- & Drehzahlbereich mit geringer Abweichung vom optimalen Wirkungsgrad.	Optimale Wirkungsgrade werden nur in kleinen Volumenstrom- & Drehzahlbereichen um den Auslegungspunkt erreicht, schlechtes Teillastverhalten durch steile Kennlinien. [26]
Drehzahlbereich:	Nach oben begrenzt durch Massenkräfte.	Nach unten begrenzt durch schlechten Wirkungsgrad.
Abdichtung:	Gute Abdichtung möglich.	Leckverluste und Rückströmung, bei Weglassen von Deckbändern aufgrund hoher Fliehkräfte.
Fußabdruck:	Höhere Maschinenmasse pro Leistung.	Geringe Maschinenmasse pro Leistung, Unterschied wird mit zunehmender Leistung größer.
Wärmeaustausch mit Wänden:	Erhöht, Längerer Aufenthalt im Arbeitsraum.	Gering, Schnellere Verdichtung bzw. Expansion.

Fortsetzung auf der nächsten Seite

**Tab. A.2:** Fortsetzung.

Verglichene Eigenschaft	Verdrängungsmaschine	Strömungsmaschine
Mechanischer Wirkungsgrad:	Erhöhte Reibungsverluste, bspw. durch Kurbeltrieb. Bei großen Gasverdichtern mechanischer Wirkungsgrad etwa 0,9-0,95 [30]	Nur geringe Reibungsverluste, mechanischer Wirkungsgrad etwa 0,98 [12].
Arbeitsübertragung:	Periodisch, Statisch.	Kontinuierlich, Dynamisch.
Laufverhalten:	Teilweise tritt Pulsation, Vibration auf.	Gleichmäßige Förderung.
Umkehrbarkeit (Betrieb einer Maschine als Arbeits- und Kraftmaschine):	Ohne großen Wirkungsgradverlust umsetzbar [28].	Große Wirkungsgradverluste bei Umkehr von Turbinen, geringere Wirkungsgradverluste bei Umkehr von Verdichtern, insgesamt weniger geeignet [12]

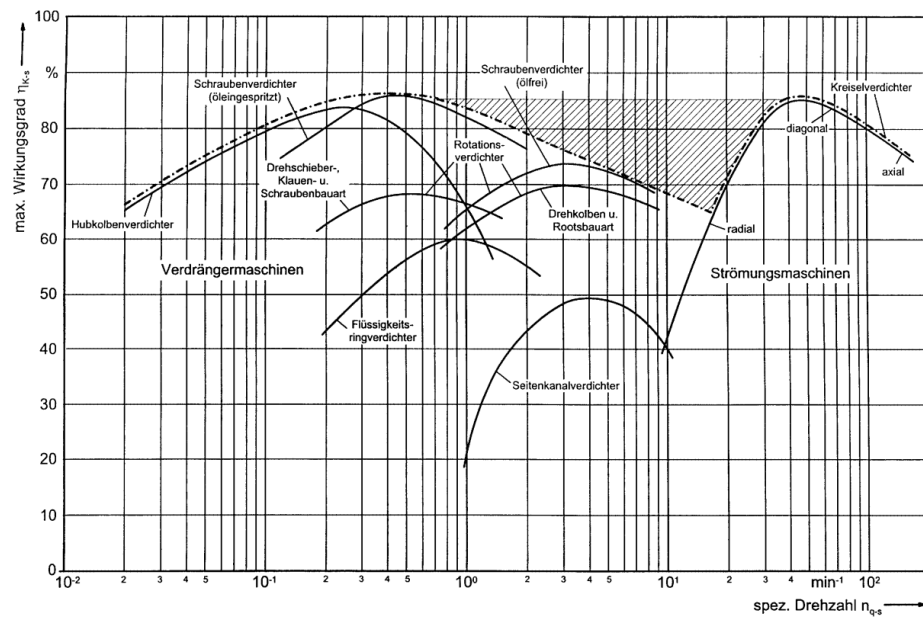
**Tab. A.3:** Regelung von Strömungs- und Verdrängungsmaschinen, sortiert nach dem Eingriffsort. Eine kurze Beschreibung, Folgen des Regeleingriffs und die Auswirkung auf den Maschinenwirkungsgrad sind gegeben. „0“ bedeutet keinen Einfluss auf Wirkungsgrad, „–, – –, – – –“ eine stärker werdende Abnahme des Wirkungsgrades. [24, 58]

Eingriffsort	Strömungsmaschine		Verdrängungsmaschine	
	Regelung	Beschreibung & Folgen	Regelung	Beschreibung & Folgen
Antrieb	<b>Drehzahlvariation</b>	0 Keine Änderung des Betriebspunktes (Betrachtung dimensionsloser Kennlinie), geringerer Volumenstrom und Druckverhältnis, kostenintensive Frequenzumrichter	<b>Drehzahlvariation</b>	0– Guter Wirkungsgrad, Vibrationsgefahr, kostenintensive Frequenzumrichter, bei doppeltwirkenden Zylindern gleichbleibende Massenkraftverteilung
			<b>Zeitweise Stillsetzung</b>	0 Abschalten einzelner Module

Fortsetzung auf der nächsten Seite

**Tab. A.3:** Fortsetzung.

Strömungsmaschine			Verdrängungsmaschine	
Eingriffsort	Regelung	Beschreibung & Folgen	Regelung	Beschreibung & Folgen
Maschinenkonstruktion	<b>Leitschaufelverstellung</b>	— — Geringerer Volumenstrom, geringerer Wirkungsgrad da nicht mehr bei optimalem Betriebspunkt, konstruktiver Aufwand	<b>Schadraumzuschaltung</b>	0 — — Konstruktiver Aufwand, gute Teillastwirkungsgrade, für große Volumstromänderungen großer Schadraum notwendig
			<b>Hubraumverstellung</b>	0 — Konstruktiver Aufwand, Leistung bleibt proportional zum Förderstrom, bei doppeltwirkenden Zylindern gleichbleibende Massenkraftverteilung
			<b>Offenhalten des Saugventils (Staudruckprinzip)</b>	— Druckverluste durch Ein- und wieder Ausströmen des Gases, gute Wirkungsgrade
			<b>Saugventilabspernung</b>	0 Geschlossenhalten des Saugventils, Durch Unterdruck kann Luft/Schmieröl eindringen
Ventile			<b>Überströmregelung</b>	— — Betrieb bei Volllast, verdichtetes Gas wird in die Atmosphäre geblasen (nur für Luft geeignet)
			<b>Drosseln (Saugleitung)</b>	— — Verringerung des Ansaugdrucks, Erhöhung des Druckverhältnisses, schlechter Wirkungsgrad bei Teillast
			<b>Beipassregelung</b>	— — Betrieb bei Volllast, Abzweigung und gekühlte Rückführung eines Teils des verdichteten Gases zur Saugleitung
Anlage	<b>Androsseln</b>	— — — Verschwendung von Strömungsarbeit, geringer Wirkungsgrad		
	<b>Beipassregelung</b>	— — Betrieb bei Volllast, Abzweigung und gekühlte Rückführung eines Teils des verdichteten Gases vor die Maschine		



**Abb. A.1:** Optimalbereiche von Verdrängungs- und Strömungsmaschinen. Isentrope Kuppelungswirkungsgrade sind über der spezifischen Drehzahl aufgetragen. Die spezifische Drehzahl hängt vom geförderten Volumenstrom, der spezifischen Verdichterarbeit und der Maschinendrehzahl ab. [27]

**Tab. A.4:** Verdichterbauarten der Verdrängungsmaschinen. Aufgelistet sind die Einsatzbereiche, die in der Literatur zu Verdrängungsmaschinen gefunden wurden. Für mit „—“ gekennzeichnete Felder wurden keine Werte gefunden. Für die Rotationskolbenmaschinen Zentrifugal-, Schwingkolben-, Flügelkolben- und Trochoidverdichter wurden ebenfalls keine Angaben in der betrachteten Literatur gefunden. Die Einsatzgebiete beziehen sich auf Druckluftbereitstellung (Luft), Synthesegase in der Verfahrenstechnik (Gase), Kälte- und Klimatechnik (Kälte) und Vakuumtechnik (Vakuum). [12, 24, 30]

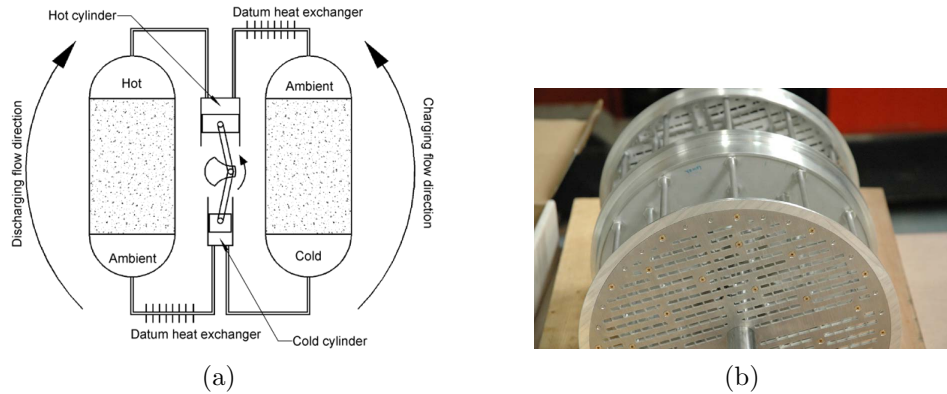
Bauart	Schmierung	Maximaldruck	Druckverhältnis pro Stufe	Volumenstrom (bezogen auf Ansaugdruck)	Drehzahlbereich	Maximale Stufenzahl	Hauptanwendung
Umkehrende Bewegung (Hubkolbenmaschine)							
Hubkolbenverdichter	Ölgeschmiert	3500 bar	3,5	maximal 100 000 m <sup>3</sup> h <sup>-1</sup>	200- 3000 min <sup>-1</sup>	7	Luft, Gase, Kälte
	Trockenlauf (berührende Dichtung)	200 bar	4	maximal 100 000 m <sup>3</sup> h <sup>-1</sup>	200- 3000 min <sup>-1</sup>	4	Luft, Gase

Fortsetzung auf der nächsten Seite

## A Anhang

**Tab. A.4:** Fortsetzung.

Bauart	Schmierung	Maximaldruck	Druckverhältnis pro Stufe	Volumenstrom (bezogen auf Ansaugdruck)	Drehzahlbereich	Maximale Stufenzahl	Hauptanwendung
	Trockenlauf (Labyrinthspaltdichtung)	300 bar	4	maximal $11\,000\text{ m}^3\text{ h}^{-1}$	300- $2000\text{ min}^{-1}$	4	Gase, Kälte
<b>Membrankolbenverdichter</b>	Trockenlauf	4000 bar	10-20	maximal $100\text{ m}^3\text{ h}^{-1}$	—	4	Gase
Weitergehende Bewegung (Rotationskolbenmaschine)							
<b>Schraubenverdichter</b>	Ölgeschmiert	40 bar	1,5-20	100- $1000\text{ m}^3\text{ h}^{-1}$	1450- $6000\text{ min}^{-1}$	3	Luft, Kälte
	Trockenlauf	40 bar	4-5	maximal $80\,000\text{ m}^3\text{ h}^{-1}$	—	4	Luft, Gase
<b>Flüssigkeitsringverdichter</b>	Wasserschmierung	11 bar	1,5-8,0	100- $10\,000\text{ m}^3\text{ h}^{-1}$	275- $2950\text{ min}^{-1}$	3	Luft, Gase, Vakuum
<b>Flügelzellenverdichter</b>	—	—	1,5-8	80- $6000\text{ m}^3\text{ h}^{-1}$	975- $3000\text{ min}^{-1}$	—	—
<b>Rootsverdichter</b>	—	2 bar	1,2-2,0	1,0- $84\,000\text{ m}^3\text{ h}^{-1}$	1000- $6000\text{ min}^{-1}$	2	Luft, Gase, Vakuum
<b>Drehzahnverdichter</b>	Trockenlauf	9 bar	2-20	4- $1000\text{ m}^3\text{ h}^{-1}$	975- $1450\text{ min}^{-1}$	—	Luft
<b>Scrollverdichter</b>	Ölgeschmiert	10 bar	—	maximal $35\text{ m}^3\text{ h}^{-1}$	—	—	Kälte
	Trockenlauf	10 bar	—	maximal $50\text{ m}^3\text{ h}^{-1}$	—	—	Luft
<b>Rotations-, Axialkolbenverdichter</b>	Ölgeschmiert	16 bar	bis 13	maximal $5000\text{ m}^3\text{ h}^{-1}$	—	1	Luft, Gase, Vakuum
	Trockenlauf	2,5 bar	—	maximal $600\text{ m}^3\text{ h}^{-1}$	—	1	Luft, Vakuum



**Abb. A.2:** Brayton Carnot-Batterie mit Hubkolbenmaschine. (a) Systemschema, links und rechts sind die Kiesbettspeicher dargestellt. Die Wärmeübertrager führen Wärme ab, die aufgrund von Irreversibilitäten anfällt. (b) Kolbenprototyp für das System mit eigens für den Einsatz in Carnot-Batterien entwickelten Ventilen. [15]

## A.2 Anhang zu Kapitel 4

**Tab. A.5:** Butcherschema des RK-Dormand-Prince-Verfahrens [59].

$c_i$	$a_{ij}$					$b_i$	$b_i^*$
0	0	0	0	0	0	$\frac{35}{384}$	$\frac{5179}{57600}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	0	0	0	0	0	0
$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{40}$	$\frac{9}{40}$	0	0	0	$\frac{500}{1113}$	$\frac{7571}{16695}$
$\frac{4}{5}$	$\frac{44}{45}$	$-\frac{56}{15}$	$\frac{32}{9}$	0	0	$\frac{125}{192}$	$\frac{393}{640}$
$\frac{8}{9}$	$\frac{19372}{6561}$	$-\frac{25360}{2187}$	$\frac{64448}{6561}$	$-\frac{212}{729}$	0	$-\frac{2187}{6784}$	$-\frac{92097}{339200}$
1	$\frac{9017}{3168}$	$-\frac{355}{33}$	$\frac{46732}{5247}$	$\frac{49}{176}$	$-\frac{5103}{18656}$	$\frac{11}{84}$	$\frac{187}{2100}$
						0	$\frac{1}{40}$

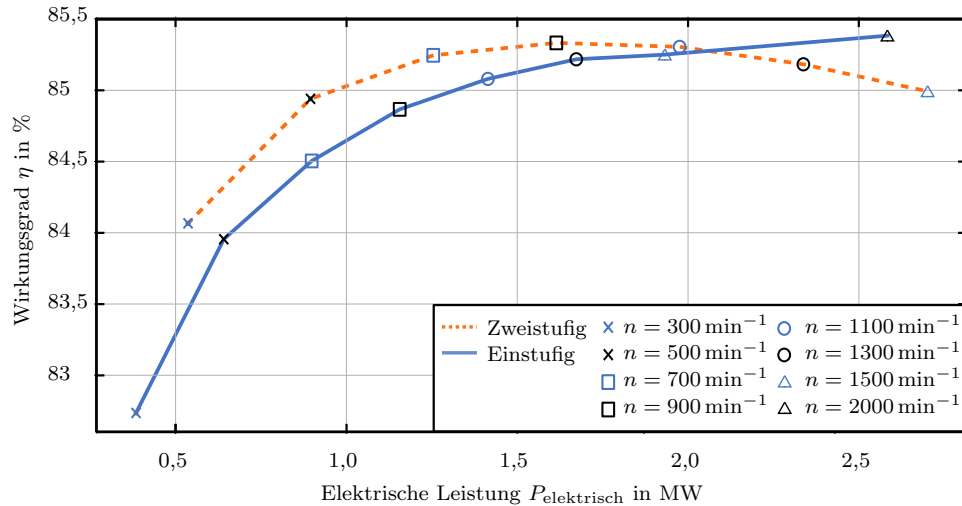
## A.3 Anhang zu Kapitel 5

**Tab. A.6:** Geometrische Größen der mit dem 0D-Verdichtermodell simulierten Zylinder.

Variable	Geometrie 1	Geometrie 2	Geometrie 3
$D$	0,95 m	0,475 m	0,57 m
$\tilde{s}_{\text{Hub}}$	0,27 m	0,135 m	0,162 m
$l_{\text{Tot}}$	0,003 m	0,0015 m	0,0018 m
$l_{\text{S}}$	0,475 m	0,238 m	0,285 m
$A_{\text{KR1}}$	$7,46 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$	$3,73 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$	$4,48 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$
$A_{\text{KR2}}$	$7,46 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$	$3,73 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$	$4,48 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$
$V_{\text{ZR I}}$	$2,39 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$	$1,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$	$1,43 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$
$V_{\text{ZR II}}$	$2,39 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$	$1,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$	$1,43 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$

**Tab. A.7:** Versuchsbedingungen für durchgeführte 0D-Simulationen mit Ammoniak-Wasser-Gemisch als Arbeitsmedium. Die Versuche wurden jeweils für die Drehzahlen 300, 500, 700, 900, 1100 und 1500  $\text{min}^{-1}$  durchgeführt. Die Vernachlässigung einzelner Verlustmechanismen (VM) wird für Undichtigkeitsverluste „UV“ über  $\dot{m}_{\text{Leck}} = 0$ , für Wandverluste „WV“ über  $\dot{Q}_{\text{Wand}} = 0$  und für Druckverluste „DV“ über  $\zeta = 1$  realisiert.

Versuch	$p_1$	$p_2$	$T_1$	$T_{\text{Wand}}$	Geometrie	Berücksichtigte VM
1.1	1,0135 bar	60 bar	70 °C	289,28 °C	1	UV, DV, WV
1.2	1,0135 bar	60 bar	70 °C	289,28 °C	1	UV, DV
1.3	1,0135 bar	60 bar	70 °C	289,28 °C	1	UV, WV
1.4	1,0135 bar	60 bar	70 °C	289,28 °C	1	DV, WV
2.1	1,0135 bar	7,75 bar	70 °C	163,5 °C	1	UV, DV, WV
3.1	7,75 bar	60 bar	255 °C	380,53 °C	1	UV, DV, WV
3.2	7,75 bar	60 bar	255 °C	380,53 °C	2	UV, DV, WV
3.3	7,75 bar	60 bar	255 °C	380,53 °C	3	UV, DV, WV



**Abb. A.3:** Einfluss der Stufenzahl und der elektrischen Verdichterleistung auf den Verdichtergesamtwirkungsgrad. Stufe 1 und der einstufige Verdichter sind mit Geometrie 1 simuliert. Die zweite Stufe wurde zur Anpassung des Förderstroms an Stufe 1 mit Geometrie 3 simuliert. - Eigene Darstellung.